

# Materia Oscura nell'Universo

Corso di formazione e aggiornamento per docenti  
di scuole secondarie di secondo grado  
Fisica delle particelle e materia oscura nell'Universo

Accademia delle Scienze di Torino  
22/27 marzo 2018

Alessandro Bottino  
Università di Torino  
Accademia delle Scienze di Torino

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (**modello standard cosmologico**) è quello di un **cosmo in espansione** descritto da (**vedi Approfondimento 1**):

- **equazioni di relatività generale di Einstein**
- **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale [scale maggiori di circa 100 Mpc (1 pc = 3.26 anni luce)]; questo principio consente di rappresentare, mediante la **metrica di Lemaître-Friedmann-Robertson-Walker**, l'evoluzione dell'Universo attraverso il **fattore di scala cosmico R(t)**

Dai due punti precedenti si ricavano le equazioni dinamiche per R(t)

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2}$$

**equazione di Friedmann (A)**

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p)$$

**(B)**

notazioni

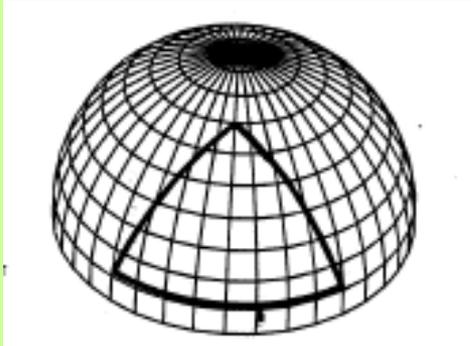
$G$  = costante di Newton

$k$  = +1,0,-1 parametro di curvatura

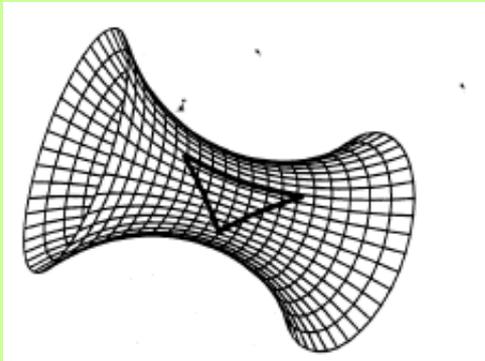
$\rho$  = densità

$p$  = pressione

$H \equiv \dot{R}/R$  = **costante di Hubble**



superficie con **curvatura positiva**



superficie con **curvatura negativa**

Tenuto conto delle varie componenti della densità  $\rho$ , l'equazione di Friedmann (A) e l'equazione (B) possono essere riscritte come

$$H^2 \equiv \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{R^2} \quad \left( \sum_i \rho_i \equiv \rho_m + \rho_{rad} + \rho_\Lambda \right) \quad (C)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3p_i)$$

se definiamo una **densità critica**  $\rho_{crit} \equiv \frac{3}{8\pi G} H^2$  e  $\Omega_i \equiv \left( \frac{\rho_i}{\rho_{crit}} \right)_0$

dalla (C), dividendo per  $H^2$ , si ha (il suffisso 0 significa al tempo attuale)

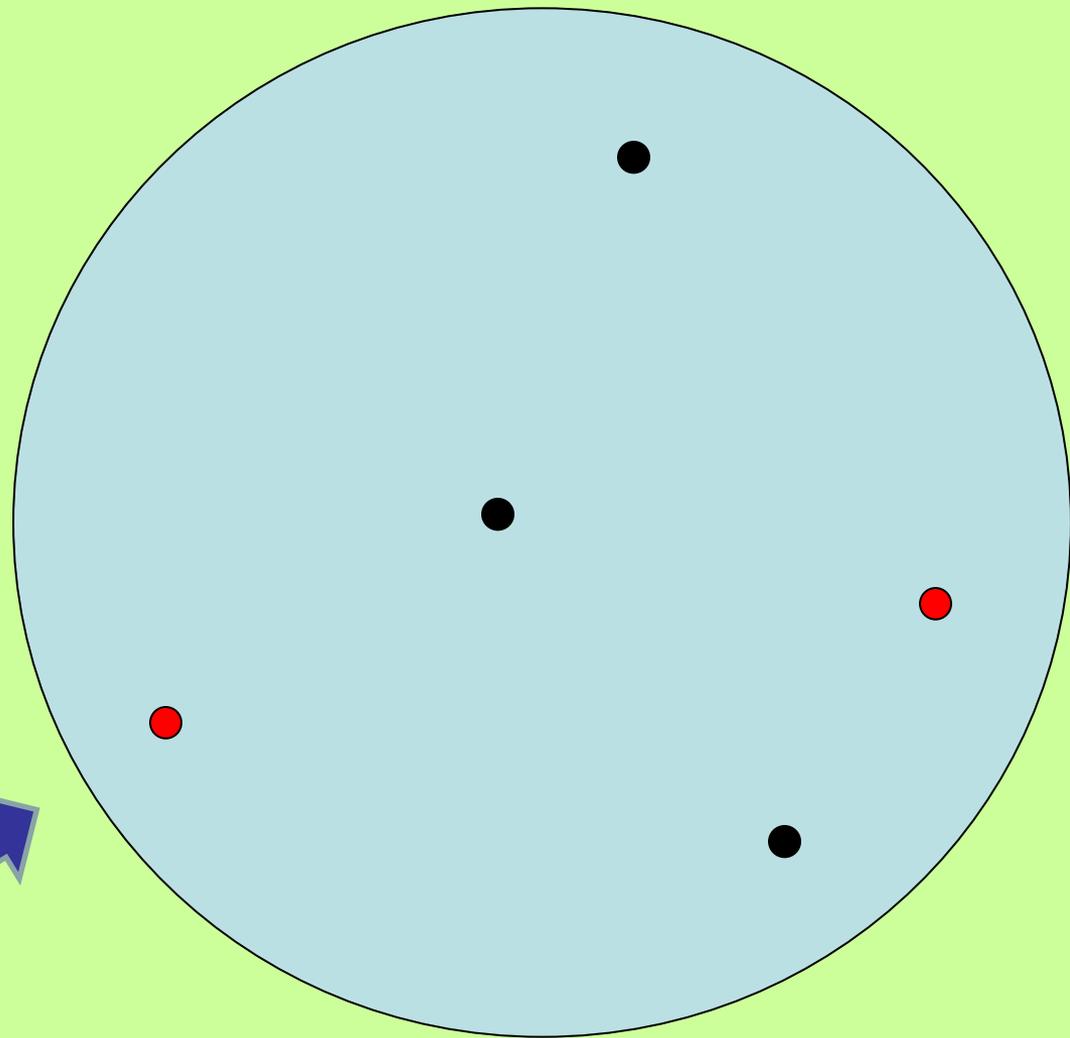
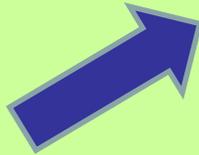
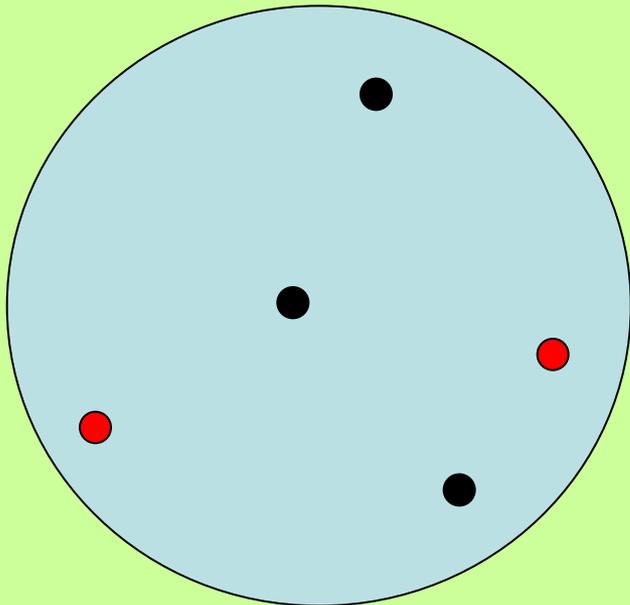
$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda - \frac{k}{H_0^2 R_0^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \Omega - 1 = \frac{k}{H_0^2 R_0^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = +1 \Rightarrow \Omega > 1 \text{ Universo chiuso} \\ k = 0 \Rightarrow \Omega = 1 \text{ Universo piatto} \\ k = -1 \Rightarrow \Omega < 1 \text{ Universo aperto} \end{array} \right.$$

Sia le condizioni iniziali che i dati osservativi attuali indicano un valore **k = 0** (problema della piattezza). Prendendo  $k = 0$  abbiamo

$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1$$

**l'Universo si espande:**  
le distanze relative tra  
coppie di particelle  
aumentano di uno  
**stesso fattore**



il tasso di espansione  $H$  segue la legge di Hubble

$$v = H d$$

velocità di recessione

distanza relativa

# Effetto Doppler cosmologico



se lo spazio **si espande**, la frequenza della radiazione **diminuisce**:  
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il rosso (redshift)**



se lo spazio **si contrae**, la frequenza della radiazione **aumenta**:  
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il blu (blueshift)**

All'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti:

- **radiazione** (particelle relativistiche) con densità  $\rho_{rad}$
- **materia** (particelle non-relativistiche) con densità  $\rho_m$
- **energia del vuoto** (costante cosmologica) con densità  $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$

Per ogni componente la pressione è legata alla densità tramite l'**equazione di stato**

$$p = w \rho$$

con

$$\left\{ \begin{array}{ll} w = 0 & \text{per la materia} \\ w = 1/3 & \text{per la radiazione} \\ w = -1 & \text{per l'energia del vuoto} \end{array} \right.$$

Dal primo principio della termodinamica (conservazione dell'energia)

$$U_f - U_i = -L$$

$U$  = energia del sistema

$-L$  = lavoro compiuto dalle forze esterne

otteniamo

$$d(\rho R^3) = -p d(R^3)$$

variazione di energia in un  
elemento di volume comovente

pressione x variazione di volume

$$R^3 d\rho = -(\rho + p) d(R^3) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w) \frac{dR}{R}$$

con soluzione

$$\rho = \text{cost} R^{-3(1+w)}$$

Quindi si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

materia

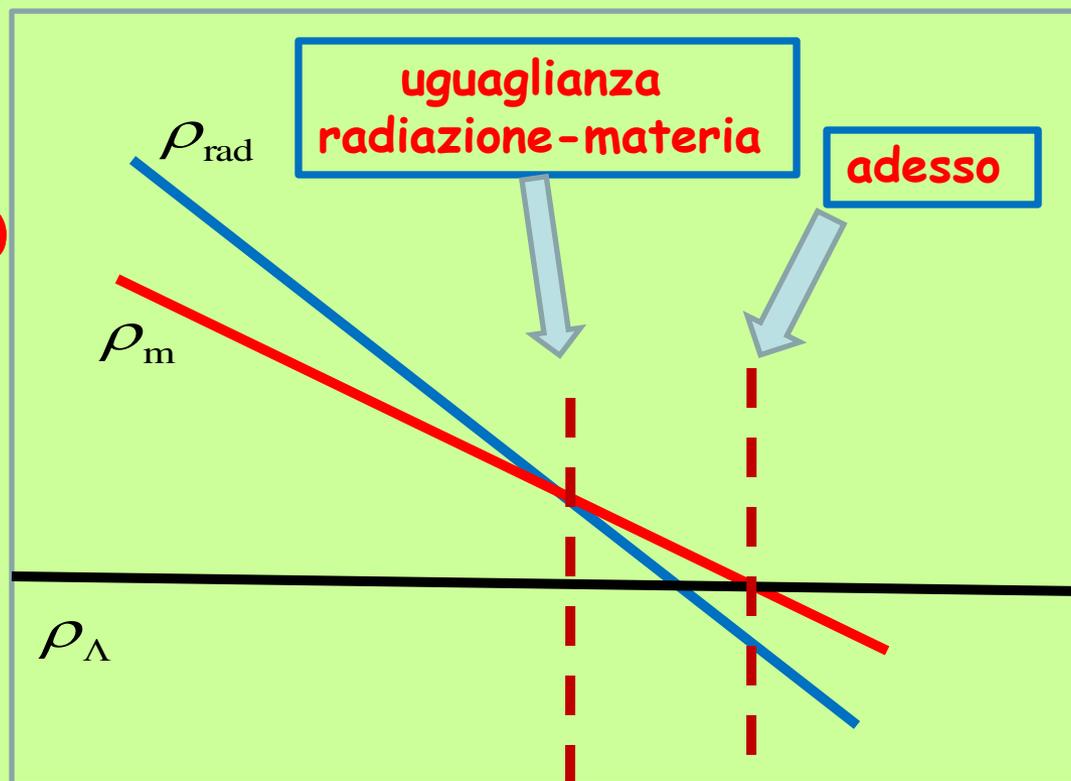
$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

radiazione

$$\rho_\Lambda \propto \text{costante}$$

energia del vuoto

densità di  
massa/energia  
(scala arbitraria)



uguaglianza  
radiazione-materia

adesso

$0.6 \text{ eV}$

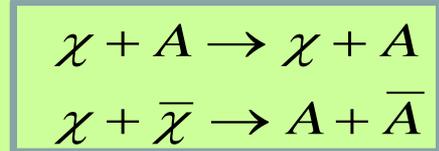
$2.7 \times 10^{-4} \text{ eV}$   
( $2.73 \text{ K}$ )

temperatura (eV)  
(scala arbitraria)

## Storia termica dell'Universo

Nel corso del processo di espansione, e quindi di **progressivo raffreddamento**, l'Universo evolve attraverso stati rappresentabili come stati di **equilibrio termodinamico**

L'equilibrio termodinamico del plasma primordiale è garantito dalle **interazioni che si esercitano tra le particelle** costituenti il plasma. Ad ogni valore della temperatura  $T$  partecipano quelle particelle che, data la loro massa e le loro interazioni, sono compatibili con l'energia  $E \approx k T$  ( $k$  = costante di Boltzmann)



Particelle di una determinata specie rimangono **in equilibrio** con il bagno termico fino a quando il loro **tasso di interazione**  $\Gamma_{\text{int}}$  è **maggiore o dell'ordine del tasso di espansione**  $H$

Se, per una certa particella, ad una data temperatura, il tasso di espansione diventa maggiore del tasso di interazione, quella particella si **disaccoppia dal plasma** e (se stabile) diviene **particella fossile**

# Un richiamo a proposito di particelle

Nel Modello Standard:

interazione el. magn.  
interazione debole

$E \approx 100 \text{ GeV}$

interazione forte

$E \approx 10^{15} \text{ GeV}$

proprietà di confinamento  
dell'interazione forte



transizione di fase  
quark-adroni  $E \approx 200 \text{ MeV}$

particelle stabili

neutrini (mixing)  
elettrone (leptone carico di massa minima)  
protone (barione carico di massa minima)

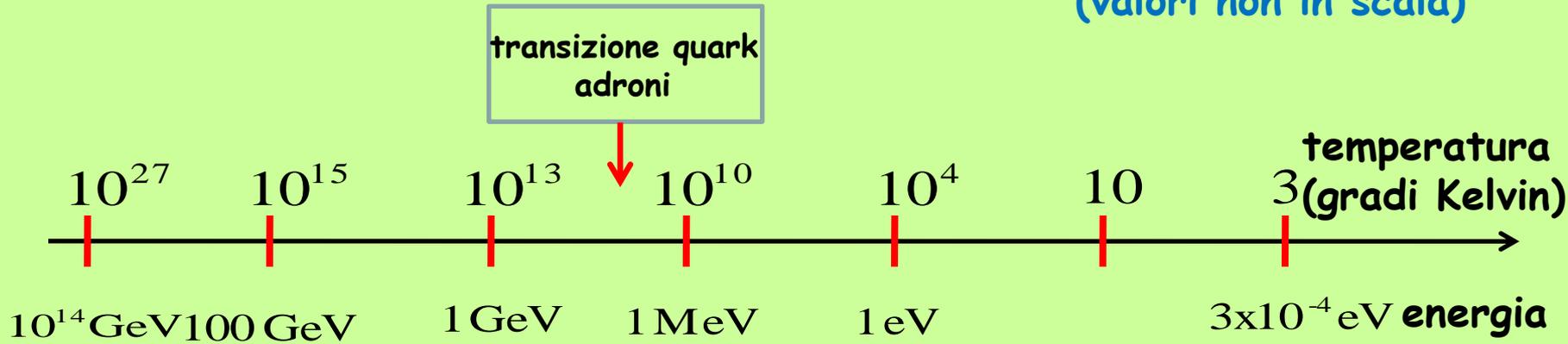
Possibile estensione supersimmetrica (?)

particelle caratterizzate da R-parità:  $\left\{ \begin{array}{ll} R = +1 & \text{particelle ordinarie} \\ R = -1 & \text{particelle susy} \end{array} \right.$

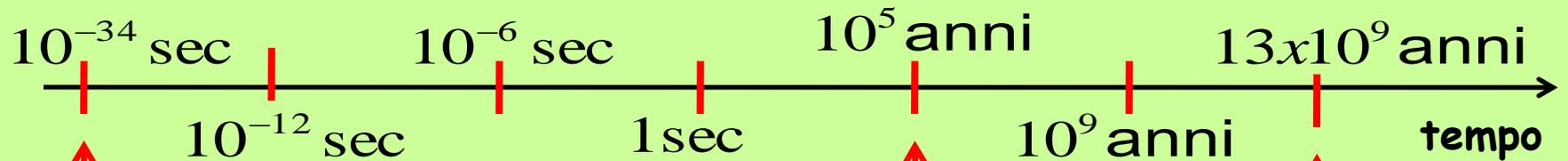
la particella susy di massa minore è stabile  
se neutra, candidata per materia oscura

(valori non in scala)

**B  
I  
G**



**B  
A  
N  
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

dominanza della materia  
formazione degli atomi  
disaccoppiamento  
radiazione-materia CMB

ADESSO

$1 \text{ GeV} \cong \text{energia di riposo del protone} \longleftrightarrow 10^{13} \text{ gradi Kelvin}$

## Termodinamica dell'Universo primordiale

Consideriamo un gas di particelle debolmente interagenti con gradi di libertà interni  $g$  (segno + per distribuzione di Fermi-Dirac, segno - per distribuzione di Bose-Einstein)

densità in numero  $n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{1}{e^{E/T} \pm 1} \quad (E^2 = \vec{p}^2 + m^2)$

densità in energia  $\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{E}{e^{E/T} \pm 1}$

pressione  $p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{\vec{p}^2 / 3E}{e^{E/T} \pm 1}$

(in teoria cinetica:  $p = \frac{1}{3} n \langle |\vec{p}| v \rangle = \frac{1}{3} \langle \frac{\vec{p}^2}{E} \rangle n$ )

## Unità naturali

Stiamo utilizzando unità naturali, definite da

$$h/(2\pi) = c = k_B = 1$$

in queste unità si ha

$$[l] = [t] = [E^{-1}] = [p^{-1}] = [m^{-1}] = [T^{-1}]$$

fattori di conversione utili

$$1 \text{ GeV} \cong 10^{13} \text{ K}$$

$$1 \text{ MeV} \cong \frac{1}{200 \text{ fm}}$$

Per particelle **non-relativistiche** ( $m/T \gg 1$ )

$$n \cong g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho \cong m n \\ p \cong T n \end{array} \right\} p \ll \rho$$

Per particelle **relativistiche** ( $m/T \ll 1$ )

$$\left[ \begin{array}{ll} n \cong \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Bose-Einstein} \\ n \cong \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$\zeta(x)$  funzione  $\zeta$   
di Riemann  
 $\zeta(3) = 1.20$

$$\left[ \begin{array}{ll} \rho \cong \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Bose-Einstein} \\ \rho \cong \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$$p \cong \frac{1}{3} \rho$$

Nel caso di più specie di particelle presenti nel plasma i contributi delle **particelle relativistiche** prevalgono su quelli delle particelle non-relativistiche. Per esempio, la densità di energia totale è data da

$$\begin{aligned}\rho &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[ \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 \right] \\ &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[ \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \right] T^4\end{aligned}$$

ossia

$$\rho \cong \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4$$

dove

$$g_*(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4$$

le sommatorie si estendono a tutte le specie di particelle con massa  $m_i \ll T$   
**T = temperatura dei fotoni**

$$p \cong p_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{90} g_*(T) T^4$$

## Entropia (vedi Approfondimento 2)

Si dimostra che l'entropia nel volume comovente  $V = R^3$  è data da

$$S = \frac{\rho + p}{T} R^3$$

Questa si conserva per trasformazione adiabatica (ossia reversibile e senza scambio di calore); quindi

$$\frac{\rho + p}{T} R^3 = \text{cost}$$

La densità di entropia può essere espressa come

$$s = \sum_i \frac{1}{T_i} (p_i + \rho_i) \cong \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T) T^3$$

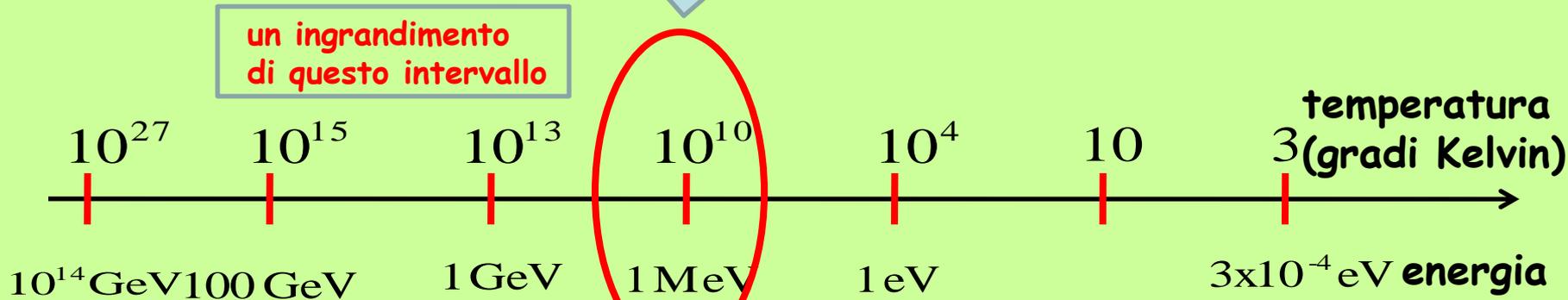
$$g_{*s}(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3$$

**Conservazione dell'entropia**

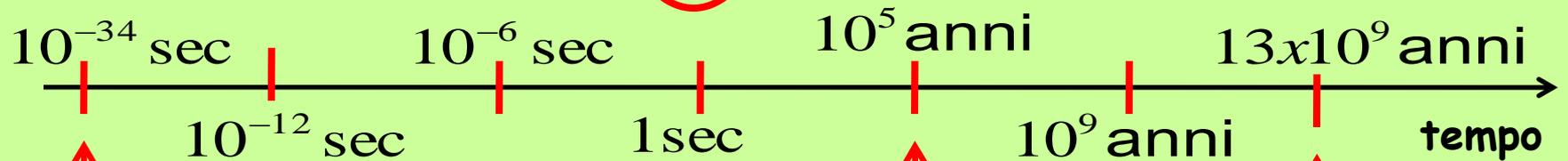
$$g_{*s}(T) T^3 R^3 = \text{cost}$$

(valori non in scala)

**B  
I  
G**



**B  
A  
N  
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

dominanza della materia  
formazione degli atomi  
disaccoppiamento  
radiazione-materia CMB

ADESSO

1 GeV  $\cong$  energia di riposo del protone  $\longleftrightarrow$   $10^{13}$  gradi Kelvin

# nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri

**PERIODIC TABLE**  
**Atomic Properties of the Elements**

**NIST**  
National Institute of Standards and Technology  
Technology Administration, U.S. Department of Commerce

**Frequently used fundamental physical constants**  
For the most accurate values of these and other constants, visit [physics.nist.gov/constants](http://physics.nist.gov/constants)  
1 second = 9 192 631 770 periods of radiation corresponding to the transition between the two hyperfine levels of the ground state of  $^{133}\text{Cs}$

<p>speed of light in vacuum <math>c</math> 299 792 458 m s<sup>-1</sup> (exact)</p> <p>Planck constant <math>h</math> 6.626 070 15 × 10<sup>-34</sup> J s (exact) (<math>h = h/2\pi</math>)</p> <p>elementary charge <math>e</math> 1.602 176 634 × 10<sup>-19</sup> C</p> <p>electron mass <math>m_e</math> 9.109 382 91 × 10<sup>-31</sup> kg</p> <p><math>m_e c^2</math> 0.5110 MeV</p> <p>proton mass <math>m_p</math> 1.672 621 63 × 10<sup>-27</sup> kg</p> <p>fine-structure constant <math>\alpha</math> 1/137.036</p> <p>Rydberg constant <math>R_\infty</math> 10 973 732 m<sup>-1</sup></p> <p><math>R_\infty c</math> 3.289 842 × 10<sup>15</sup> Hz</p> <p><math>R_\infty h c</math> 13.6057 eV</p> <p>Boltzmann constant <math>k</math> 1.3807 × 10<sup>-23</sup> J K<sup>-1</sup></p>	<p>☐ Solids</p> <p>☐ Liquids</p> <p>☐ Gases</p> <p>☐ Artificially Prepared</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td>13 Al Aluminum 26.981538 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>1</sup>)</td> <td>14 Si Silicon 28.0855 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>2</sup>)</td> <td>15 P Phosphorus 30.973761 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>3</sup>)</td> <td>16 S Sulfur 32.065 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>4</sup>)</td> <td>17 Cl Chlorine 35.453 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>5</sup>)</td> <td>18 Ar Argon 39.948 ([Ne]3s<sup>2</sup>3p<sup>6</sup>)</td> </tr> </table>	13 Al Aluminum 26.981538 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup> )	14 Si Silicon 28.0855 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup> )	15 P Phosphorus 30.973761 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup> )	16 S Sulfur 32.065 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup> )	17 Cl Chlorine 35.453 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup> )	18 Ar Argon 39.948 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup> )
13 Al Aluminum 26.981538 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>1</sup> )	14 Si Silicon 28.0855 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>2</sup> )	15 P Phosphorus 30.973761 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>3</sup> )	16 S Sulfur 32.065 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>4</sup> )	17 Cl Chlorine 35.453 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>5</sup> )	18 Ar Argon 39.948 ([Ne]3s <sup>2</sup> 3p <sup>6</sup> )			

Legend: Solids (white), Liquids (light blue), Gases (pink), Artificially Prepared (yellow)

1 H Hydrogen 1.00794 (1s)	2 He Helium 4.002602 (1s <sup>2</sup> )	3 Li Lithium 6.941 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>1</sup> )	4 Be Beryllium 9.012 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> )	5 B Boron 10.811 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>1</sup> )	6 C Carbon 12.0107 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>2</sup> )	7 N Nitrogen 14.007 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>3</sup> )	8 O Oxygen 15.9994 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>4</sup> )	9 F Fluorine 18.9984332 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>5</sup> )	10 Ne Neon 20.1797 (1s <sup>2</sup> 2s <sup>2</sup> 2p <sup>6</sup> )
---------------------------------------	---	---	---	---	---	--	---	--	---

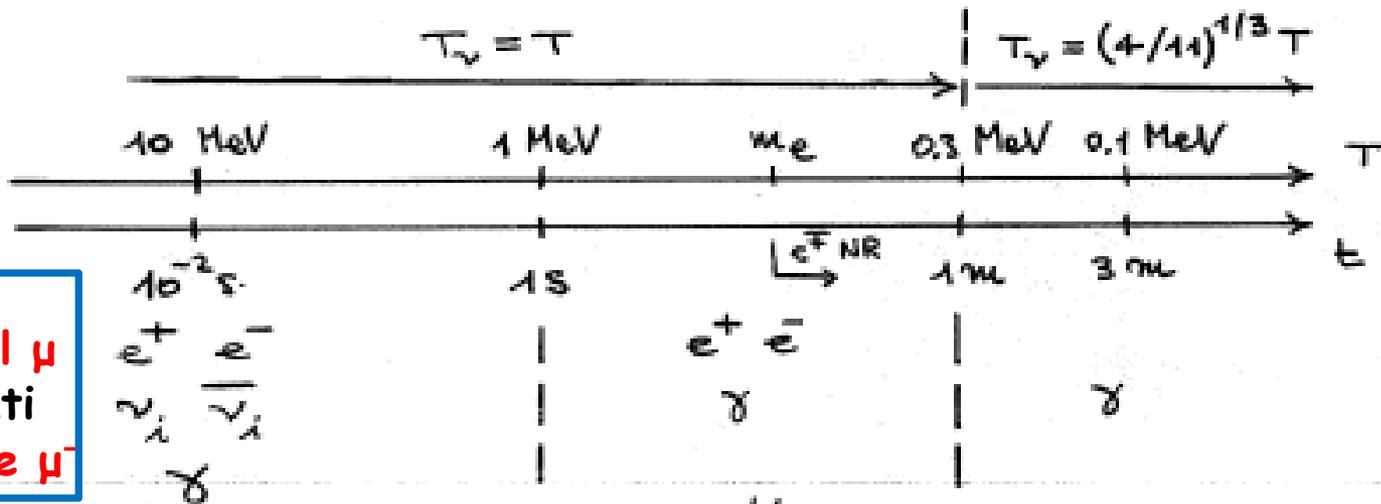
Atomic Number, Symbol, Name, Atomic Weight, Ground-state Configuration, Ionization Energy (eV)

Based upon  $^{12}\text{C}$ . ( ) indicates the mass number of the most stable isotope.

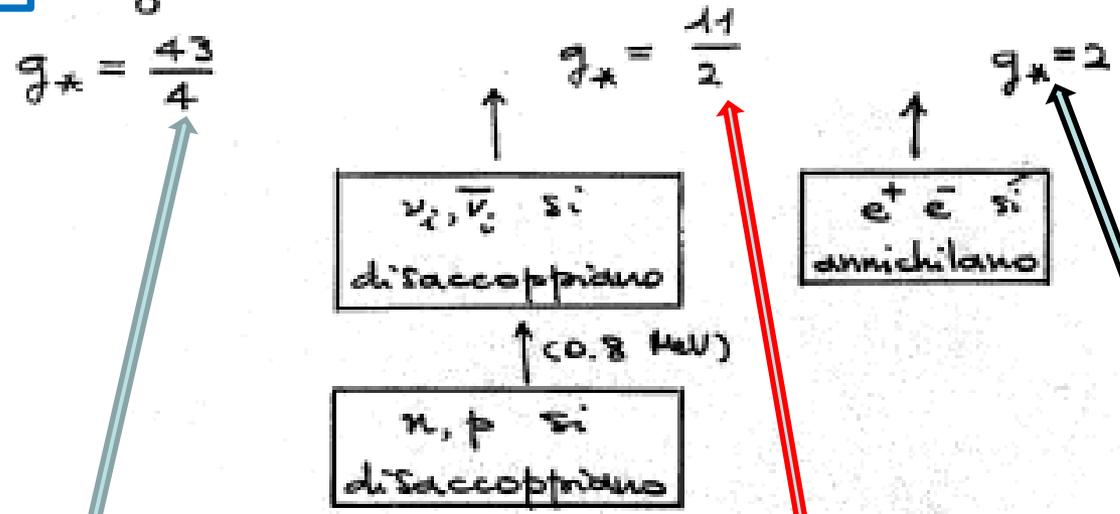
For a description of the data, visit [physics.nist.gov/data](http://physics.nist.gov/data)



Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)



poco prima a  $T \approx$  massa del  $\mu$  erano presenti coppie di  $\mu^+$  e  $\mu^-$



$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

$\gamma \quad \nu_i, \bar{\nu}_i \quad e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

$\gamma \quad e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2$$

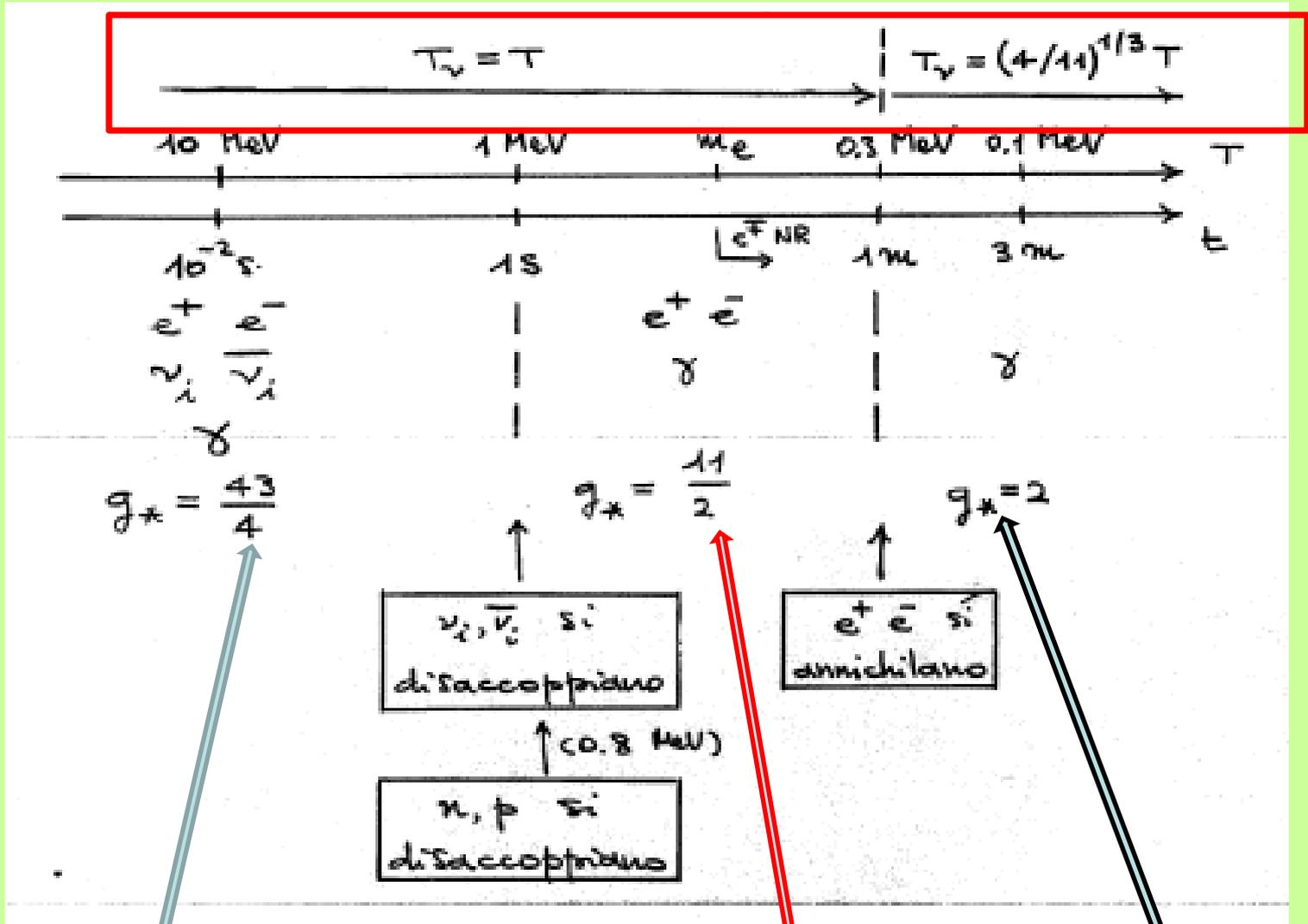
$\gamma$

dalla conservazione dell'entropia

$$\frac{T}{T_\nu} = \left( \frac{g_{*s}(T_\nu)}{g_{*s}(T)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left( \frac{11}{4} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.4$$

dalla temperatura della radiazione del fondo a microonde  $T_0 = 2.73 \text{ K}$   
si deduce che **il fondo fossile dei neutrini deve avere la temperatura**

$$T_\nu = 1.95 \text{ K}$$



$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

$\gamma$        $\nu_i, \bar{\nu}_i$        $e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

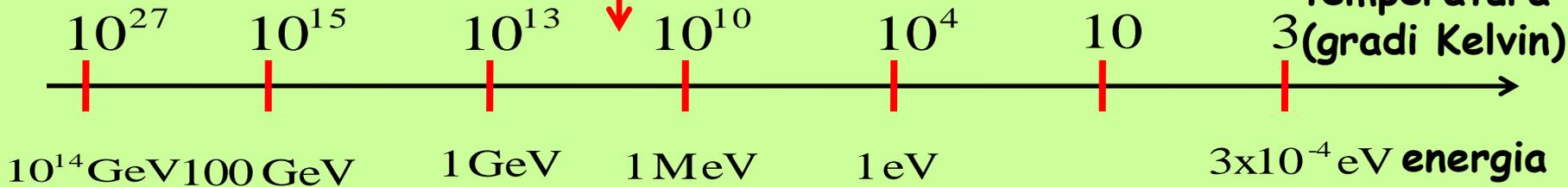
$\gamma$        $e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2$$

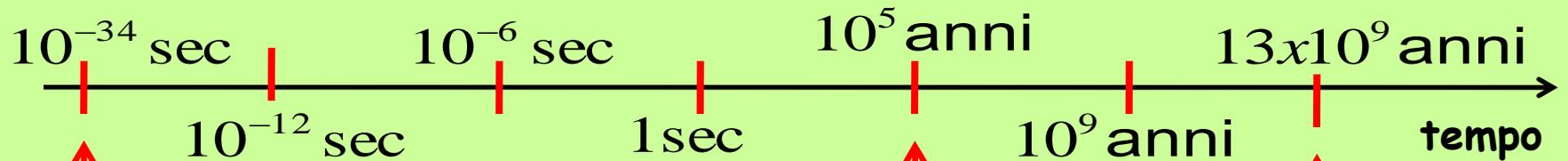
$\gamma$

(valori non in scala)

**B  
I  
G**



**B  
A  
N  
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

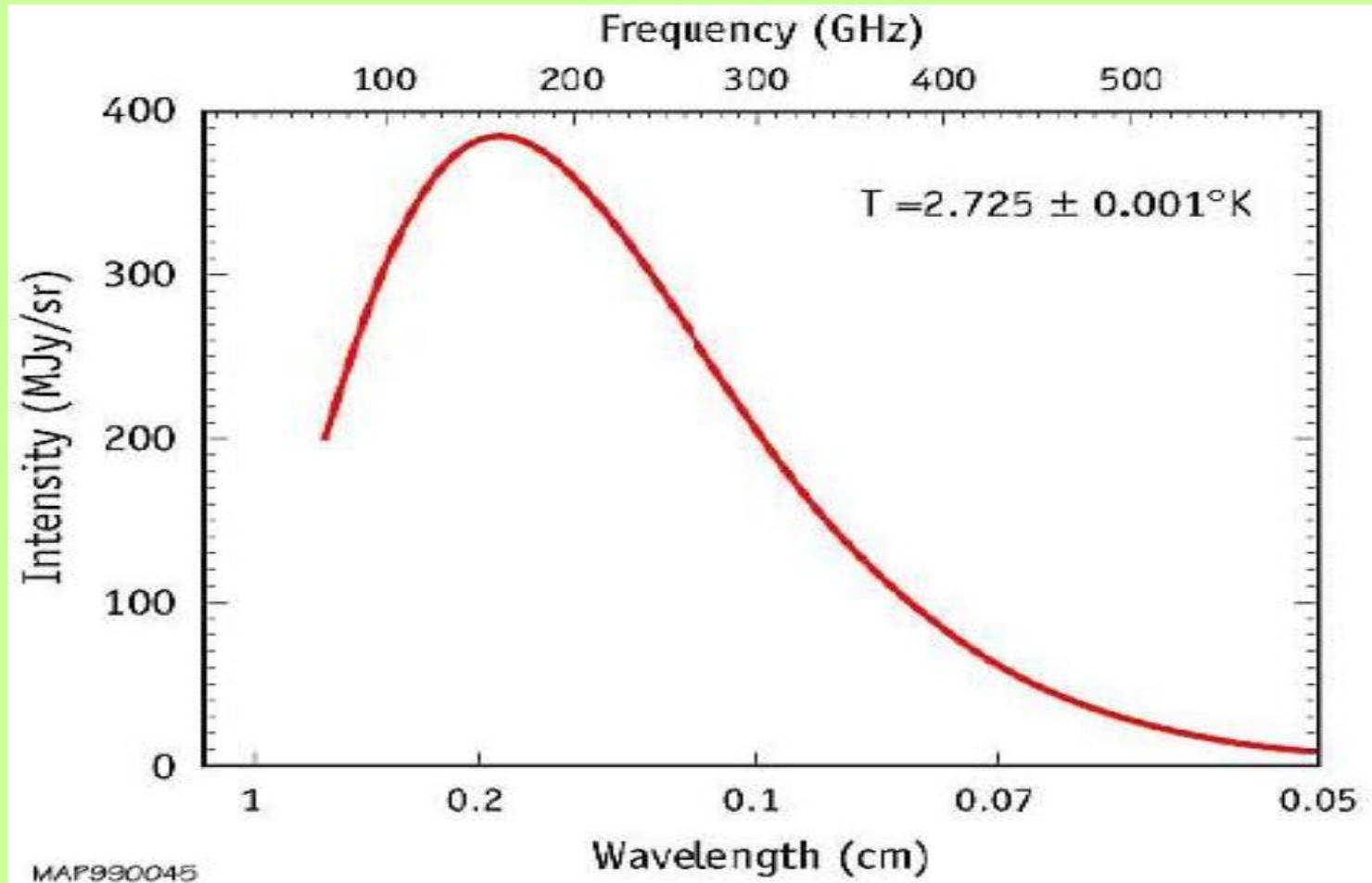
dominanza della materia  
formazione degli atomi  
disaccoppiamento  
radiazione-materia CMB

formazione della nostra galassia

ADESSO

1 GeV  $\cong$  energia di riposo del protone  $\longleftrightarrow$   $10^{13}$  gradi Kelvin

La distribuzione in frequenza del fondo cosmico a microonde (CMB) e' quella di un corpo nero alla temperatura di 2.73 gradi Kelvin



Primi segnali della CMB misurati da Arno Penzias e Robert Wilson (1964)  
CMB predetta da Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)

tornando indietro, verso temperature superiori, si ha, per esempio, che nell'intervallo di energia

$$m_{\pi} \geq T \geq m_{\mu}$$

le particelle relativistiche presenti nel plasma sono

$$\gamma, \nu_i \bar{\nu}_i, e^- e^+, \mu^- \mu^+$$

e quindi i **gradi di libertà** sono

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} (3 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{57}{4}$$

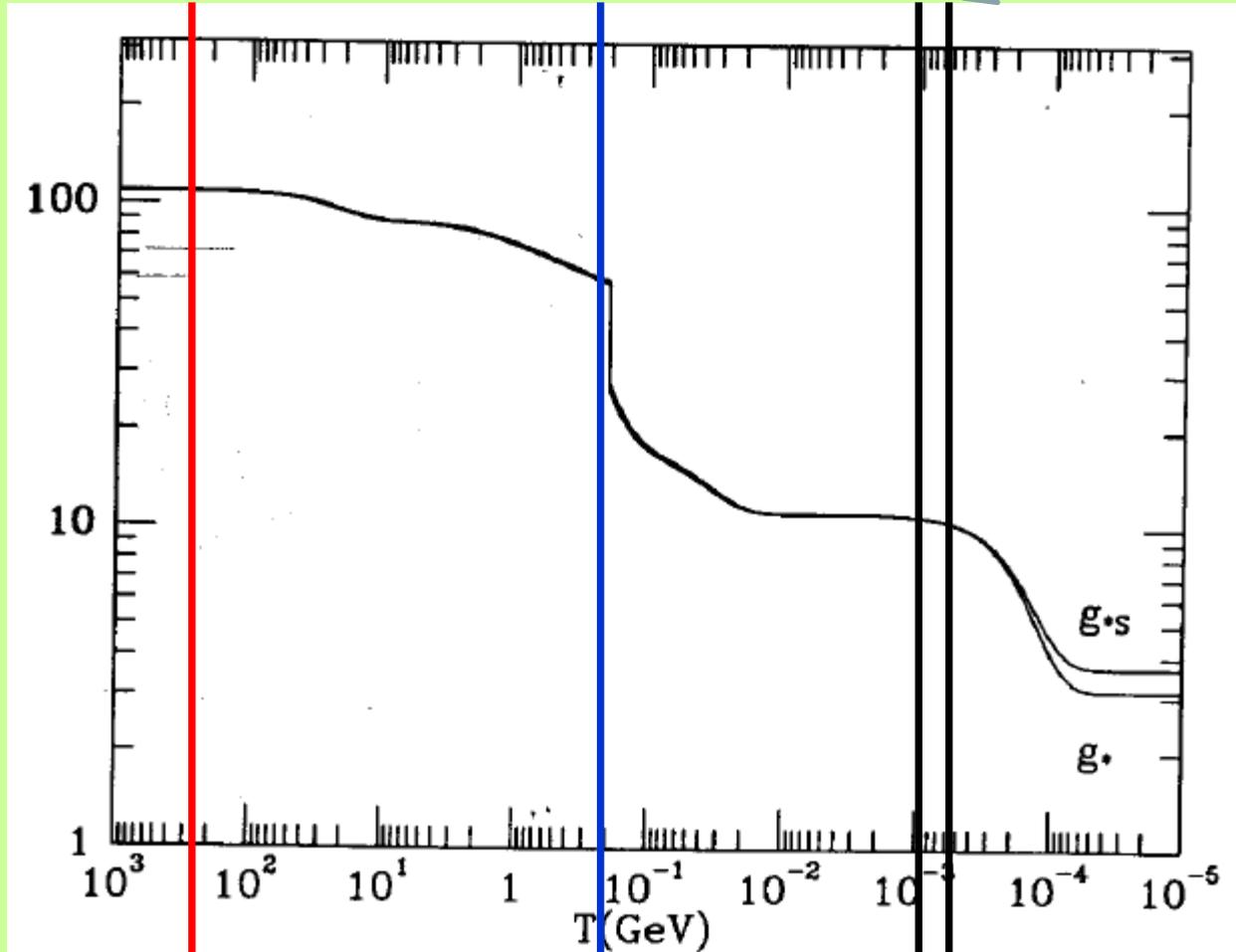
Temperature	New Particles	$4N(T)$
$T < m_e$	$\gamma$ 's + $\nu$ 's	29
$m_e < T < m_\mu$	$e^\pm$	43
$m_\mu < T < m_\pi$	$\mu^\pm$	57
$m_\pi < T < T_c^\dagger$	$\pi$ 's	69
$T_c < T < m_{\text{strange}}$	$\pi$ 's + $u, \bar{u}, d, \bar{d}$ + gluons	205
$m_s < T < m_{\text{charm}}$	$s, \bar{s}$	247
$m_c < T < m_\tau$	$c, \bar{c}$	289
$m_\tau < T < m_{\text{bottom}}$	$\tau^\pm$	303
$m_b < T < m_{W,Z}$	$b, \bar{b}$	345
$m_{W,Z} < T < m_{\text{Higgs}}$	$W^\pm, Z$	381
$m_H < T < m_{\text{top}}$	$H^0$	385
$m_t < T$	$t, \bar{t}$	427

# Gradi di libertà

annichilazione  
elettroni  
positroni

$g_{*s}(T)$

$g_*(T)$



rottura simmetria  
elettrodebole

transizione  
quark adroni

disaccoppiamento  
neutrini

**All'epoca attuale le sole particelle del cosiddetto Modello Standard della fisica delle particelle presenti nell'Universo sono:**

**elettroni, protoni e neutroni (strutture nucleari e atomiche)**

**fotoni del fondo cosmico a microonde a 2.73 gradi Kelvin**

**neutrini di 3 tipi in un fondo cosmico a 1.96 gradi Kelvin  
(fondo non ancora misurato)**

# DATI OSSERVATIVI

## Costante di Hubble

Da Hubble Space Telescope:  $H_0 = 72.0 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Da Planck Collaboration (CMB):  $H_0 = 67.8 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

**media approssimata:**  $H_0 \cong 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  **ossia**

$$h \equiv H_0 / (100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}) \cong 0.7; \quad h^2 \cong \frac{1}{2}$$

**Densità frazionarie di energia/materia**  
(da varie osservazioni, prevalentemente CMB)

$$\Omega_\gamma < 10^{-4}$$

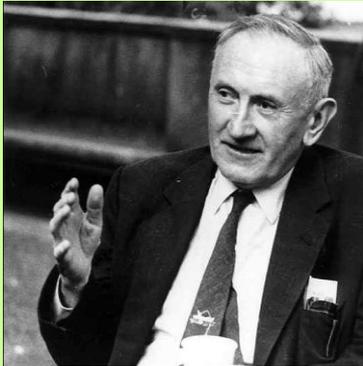
$$\Omega_\nu \leq 1.3 \times 10^{-3}$$

$$\Omega_b \cong 0.05$$

$$\Omega_m \cong 0.31$$

$$\Omega_\Lambda \cong 0.69$$

La **materia barionica** rappresenta solo **un sesto** della materia presente nell'Universo: **un enigma che ha una lunga storia**

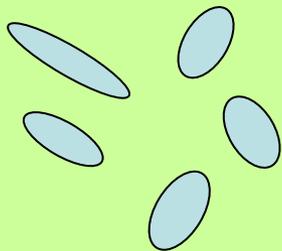


Fritz Zwicky, 1933



Ammasso galattico **COMA**

La massa visibile è **insufficiente** a spiegare le velocità osservate



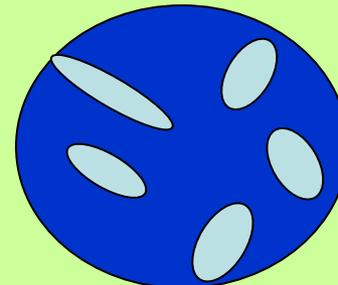
distribuzione di velocità delle galassie



massa totale dell'ammasso -  
massa visibile

-----  
**massa mancante**

**deve esistere della massa associata alla materia oscura**

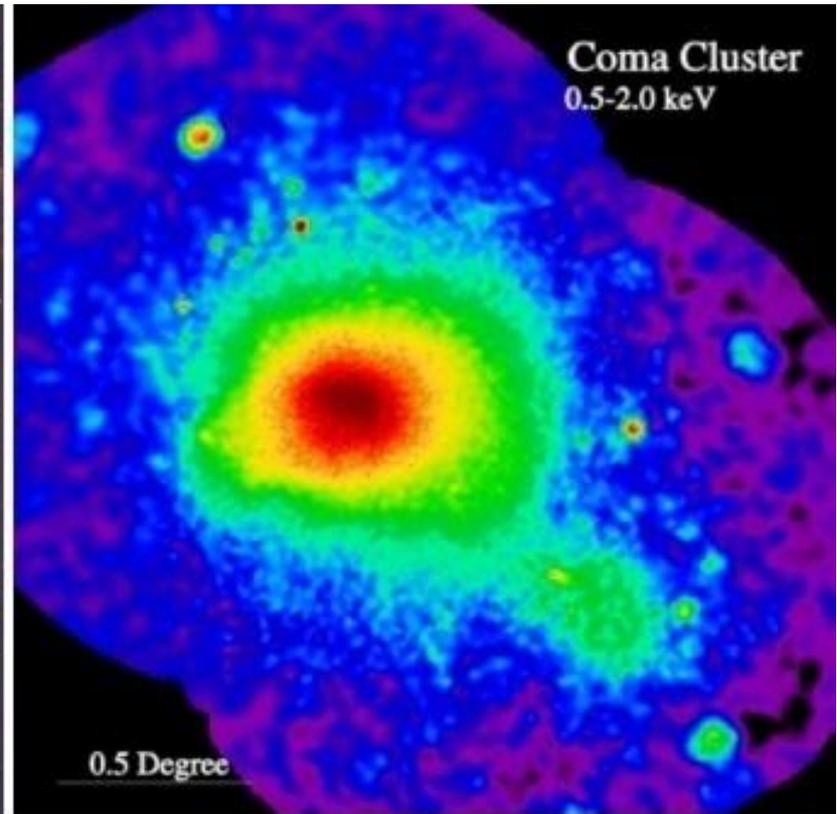


## Ammasso Coma

immagine nell'ottico

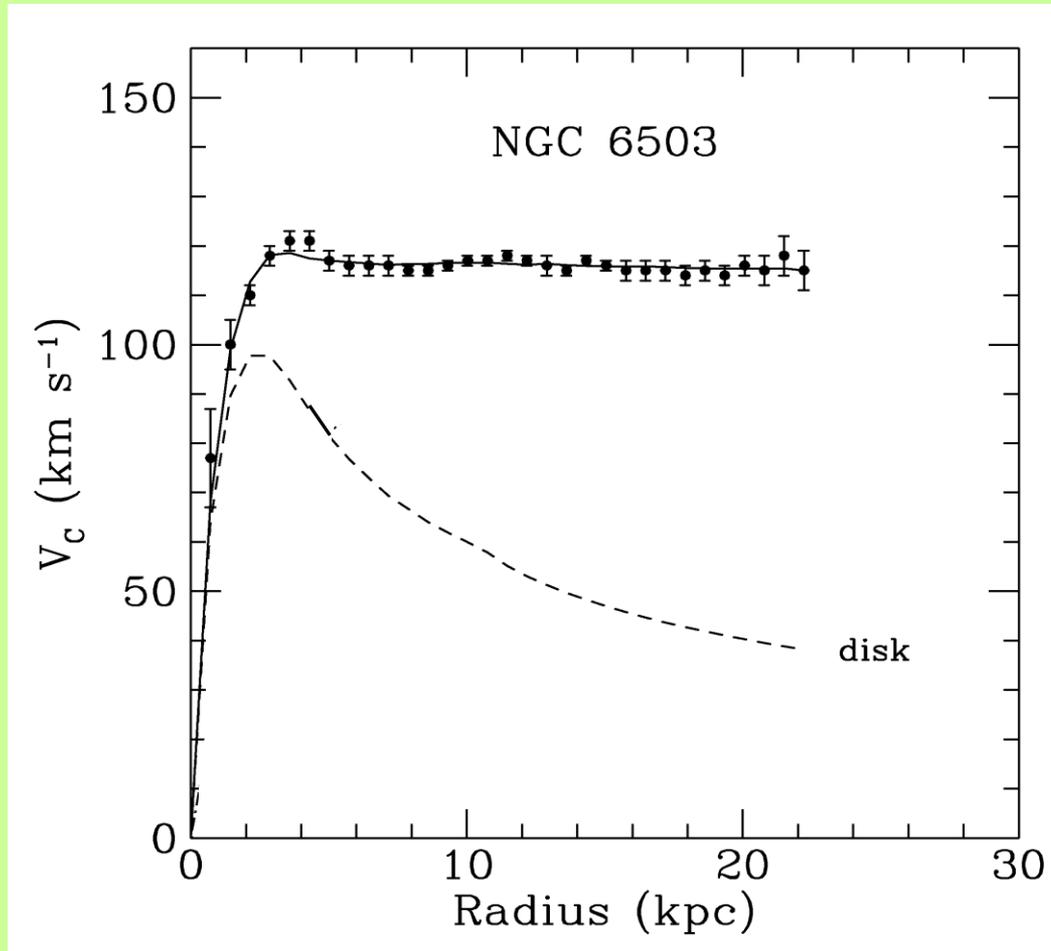


immagine a raggi-X  
satellite ROSAT



senza la presenza della materia, il gas caldo evaporerebbe

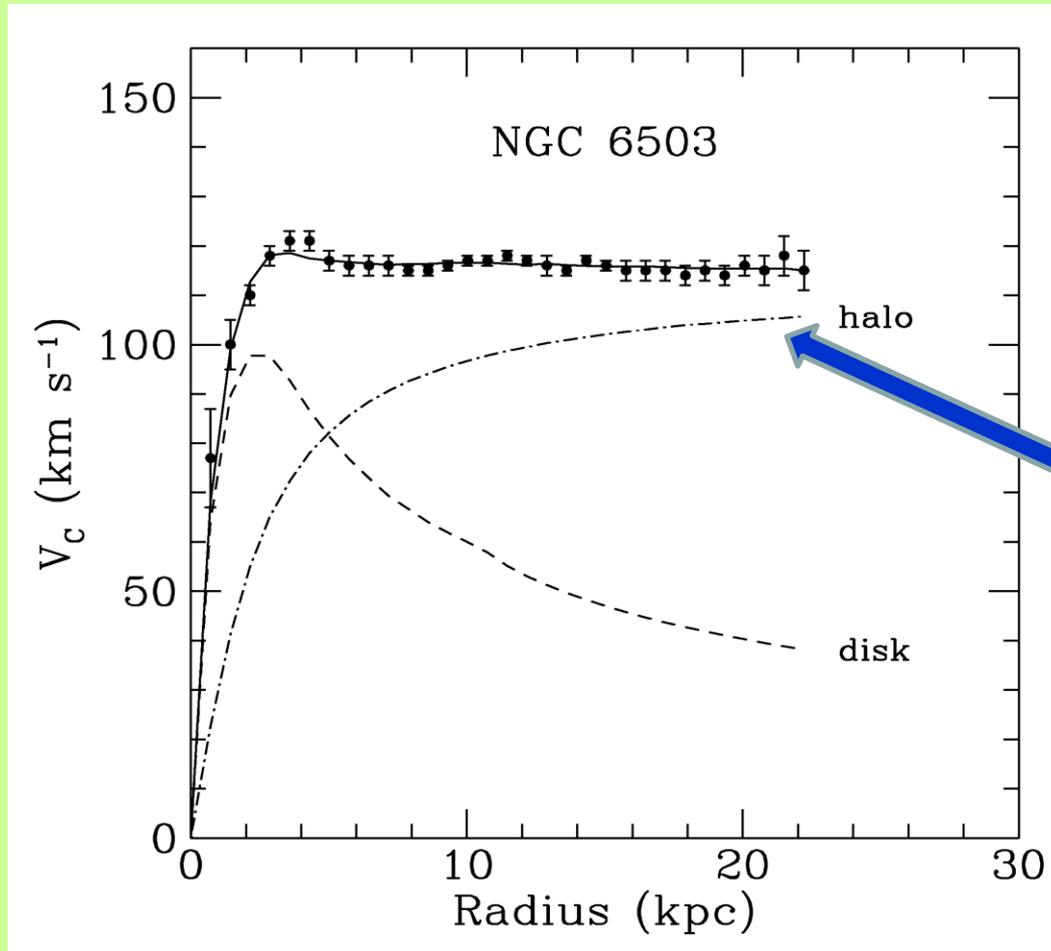
# Curve rotazionali delle galassie



**Vera Rubin**

**Curva rotazionale della Galassia NGC 6503**

# Curve rotazionali delle galassie

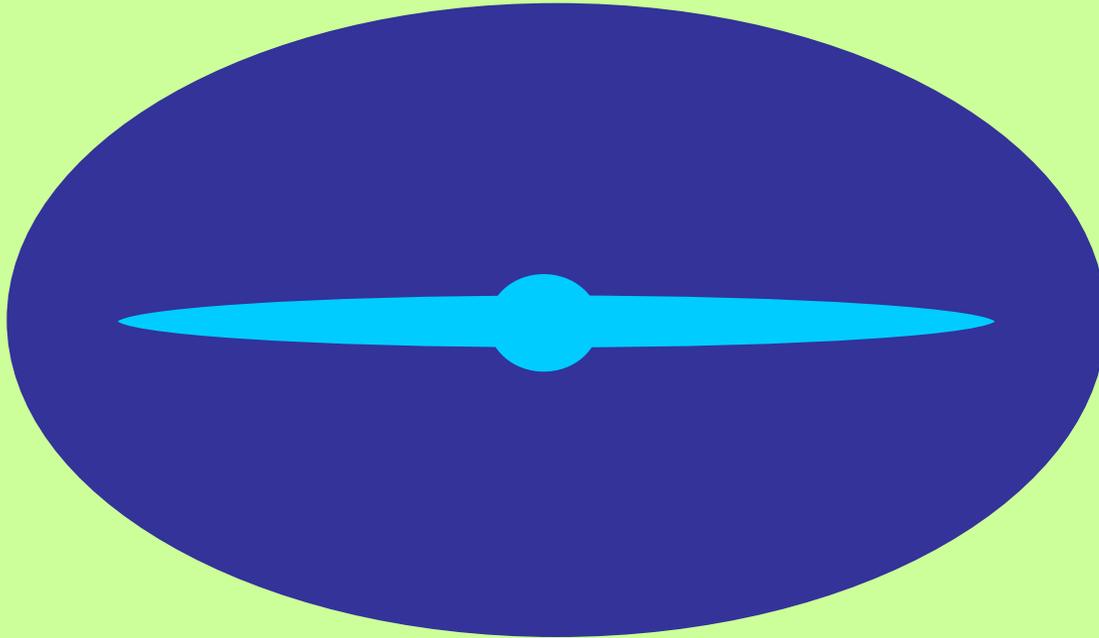


Vera Rubin

alone di  
materia oscura

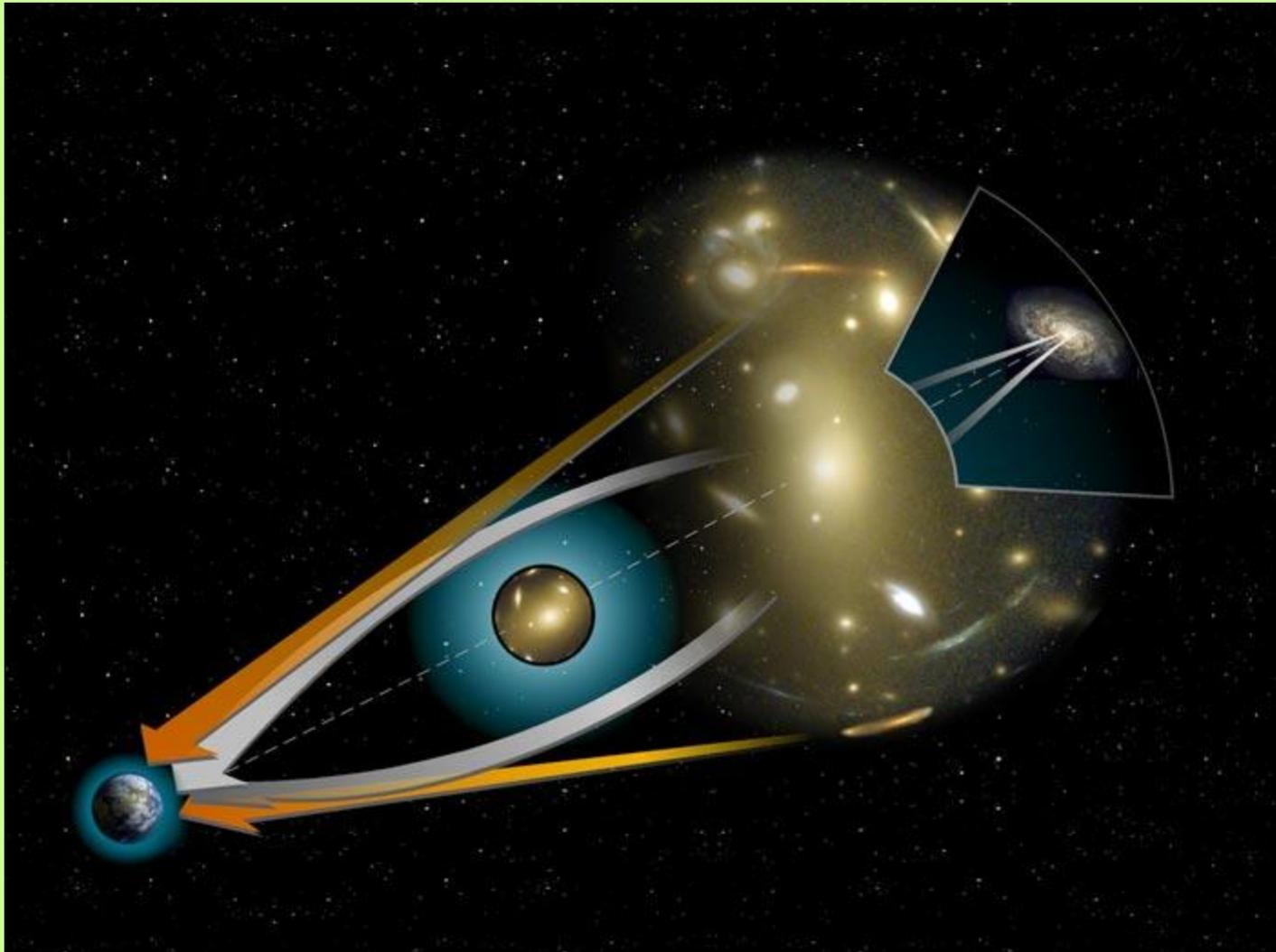
Curva rotazionale della Galassia NGC 6503

# Alone di materia oscura

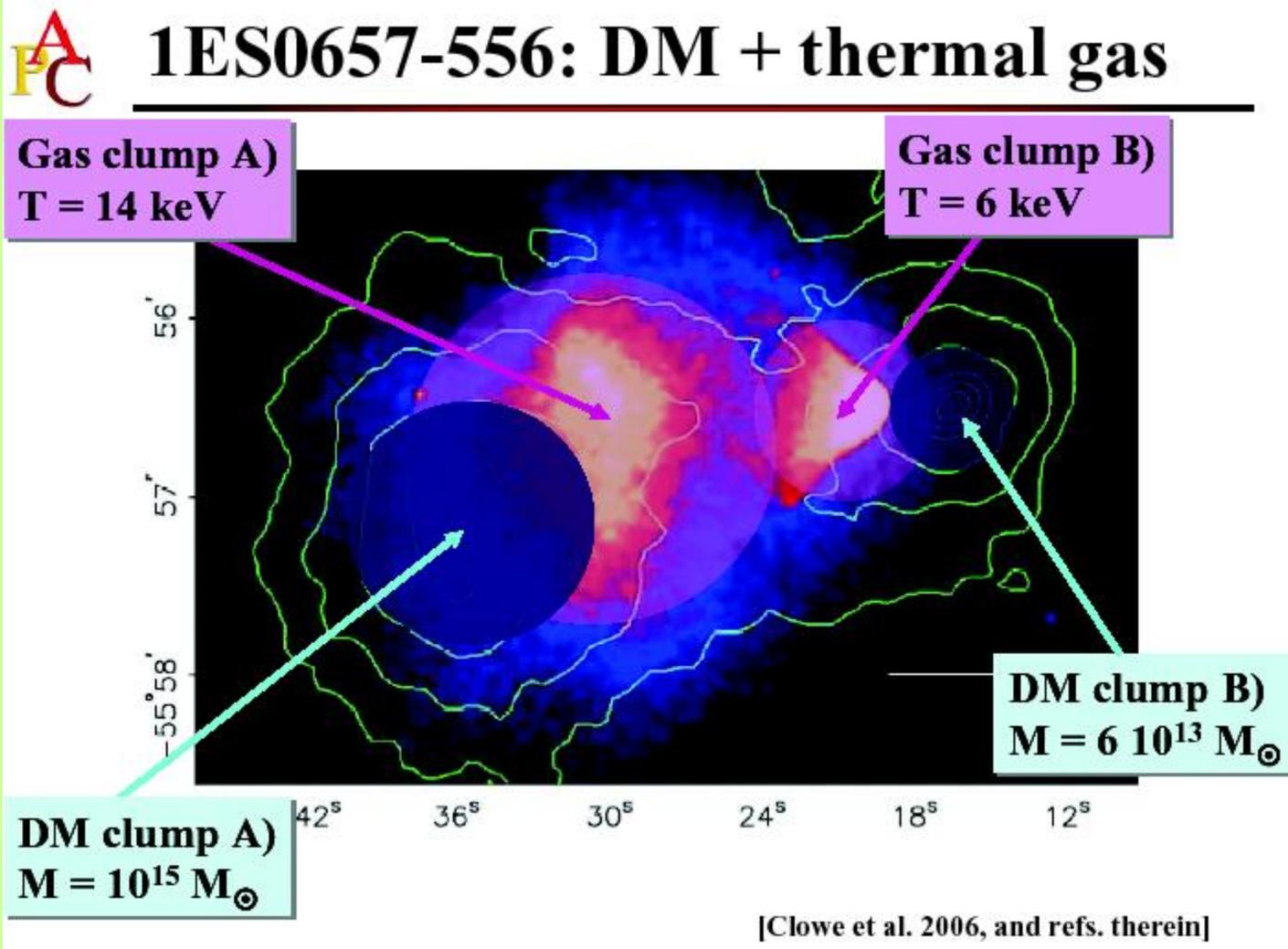


la nostra galassia vista di taglio

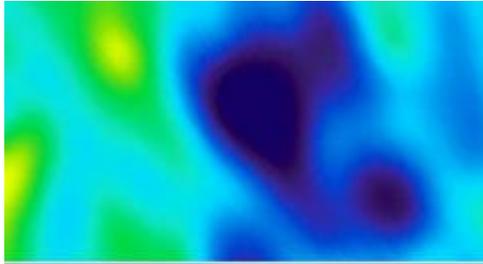
# Lente gravitazionale



Urto di due ammassi galattici avvenuto circa 100 milioni di anni fa.  
Bullet cluster



distanza tra i due centri di circa 720.000 parsec  
velocita' relativa 4.700 km al secondo



Fluttuazioni primordiali



Crescita delle fluttuazioni per effetto gravitazionale



Qui e' fondamentale la presenza della materia oscura



Formazione di strutture



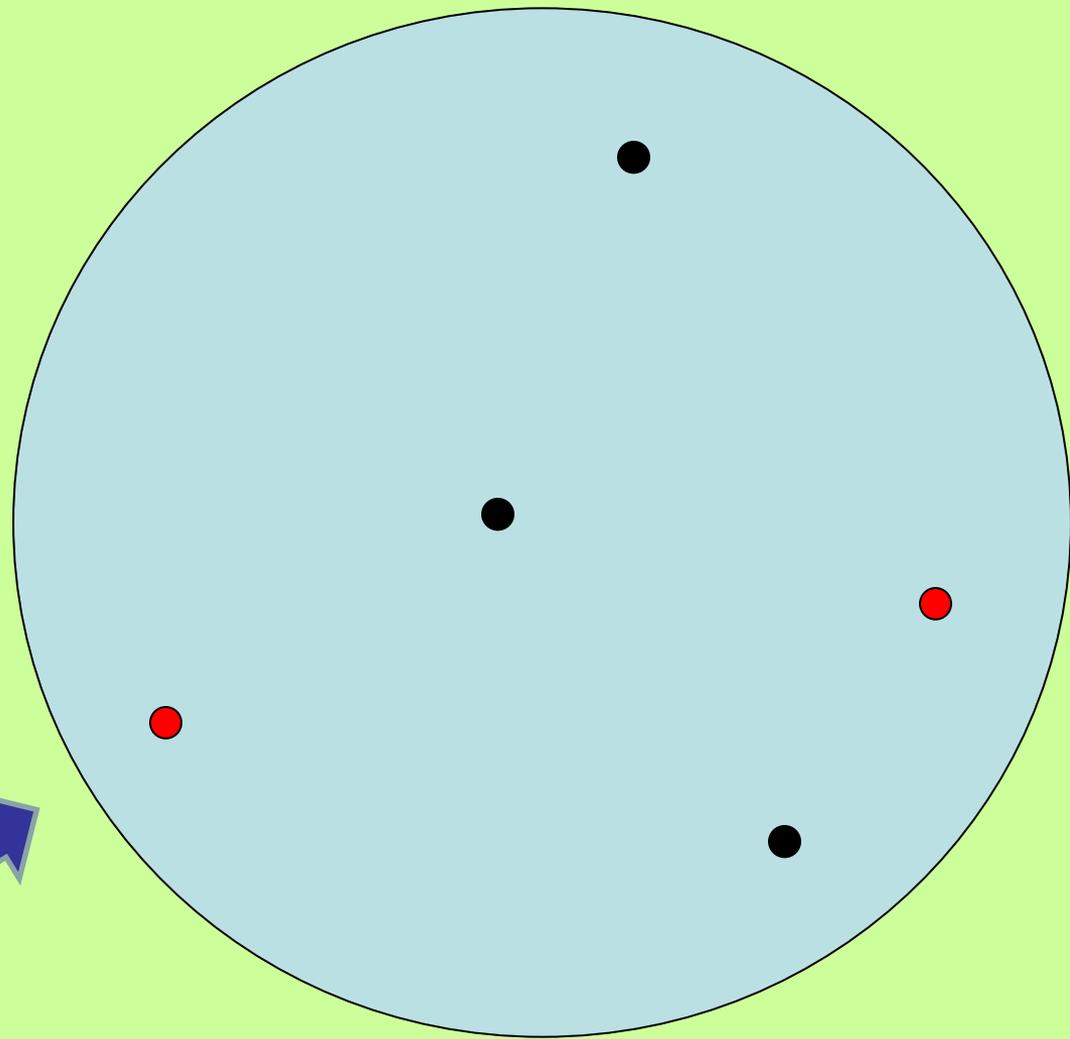
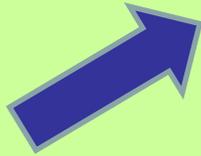
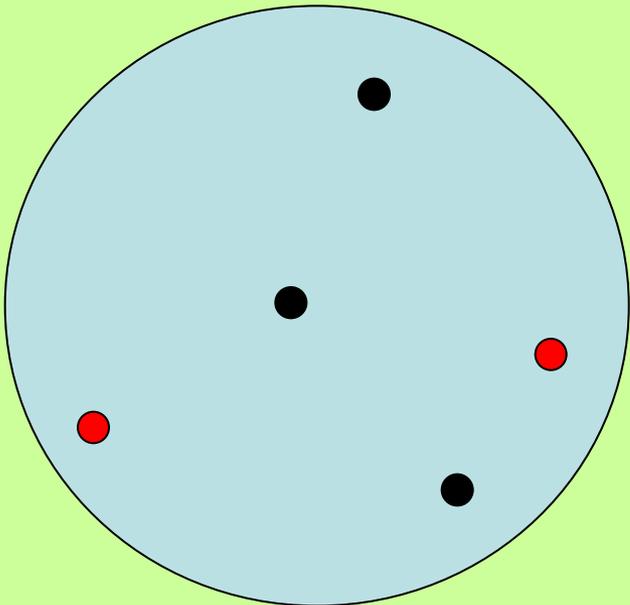
(galassie, ammassi di galassie)

come si e' generata la materia oscura ?

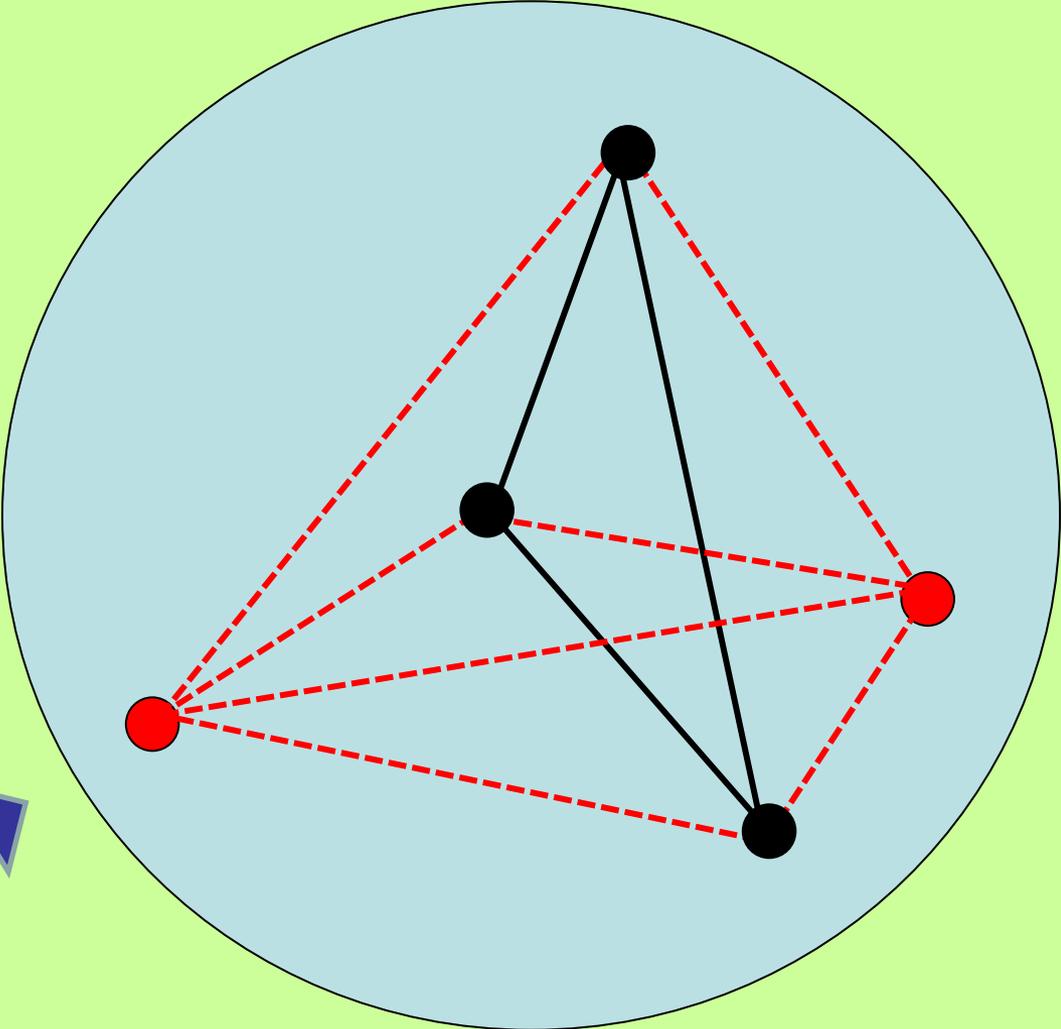
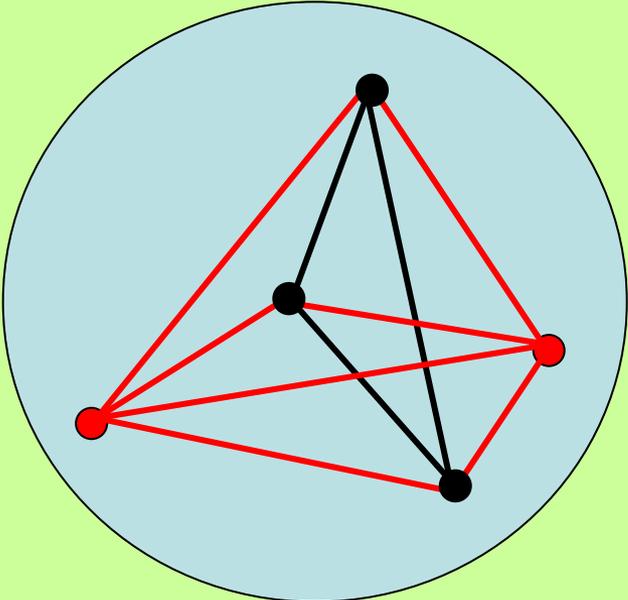


disaccoppiamento delle particelle dal plasma primordiale

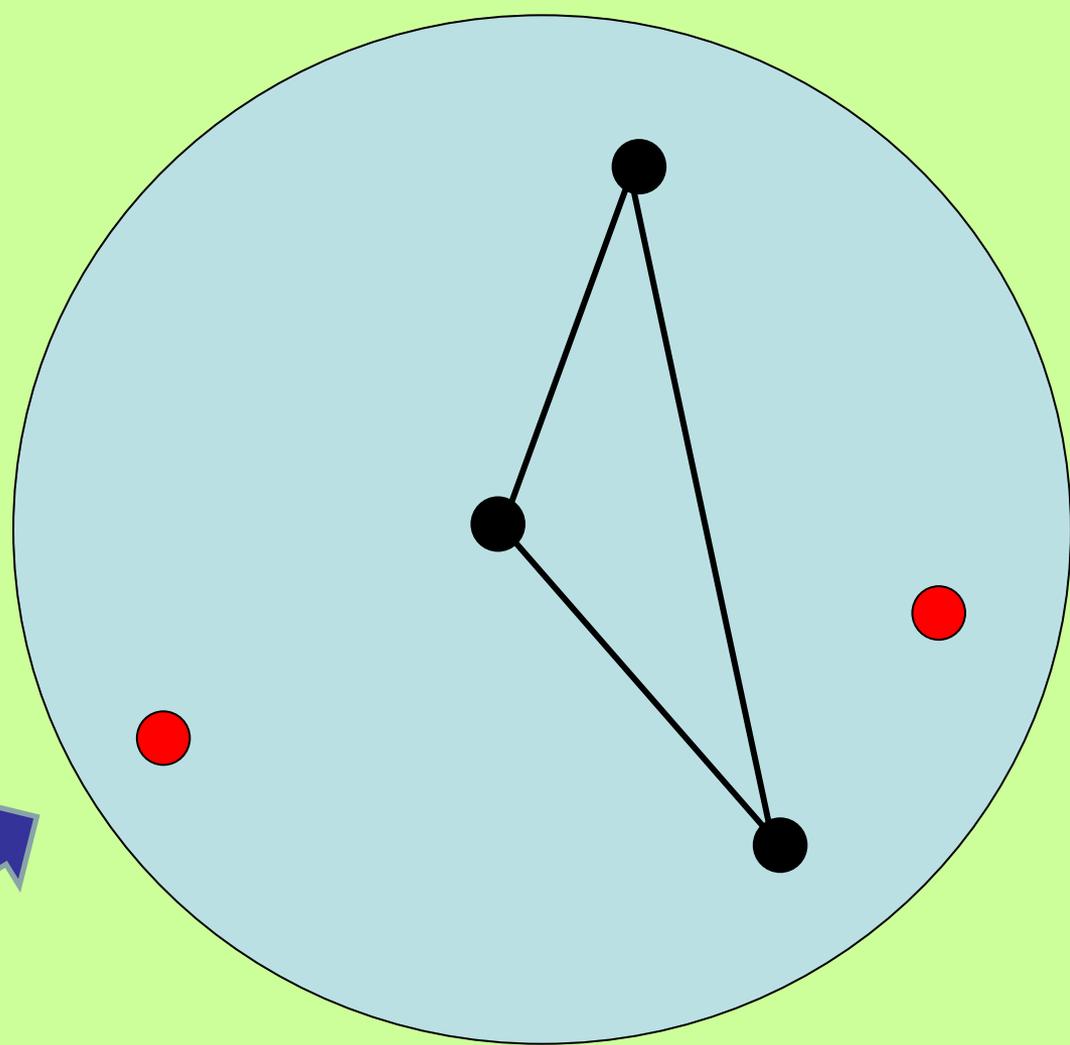
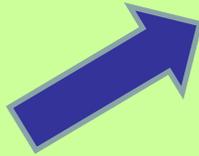
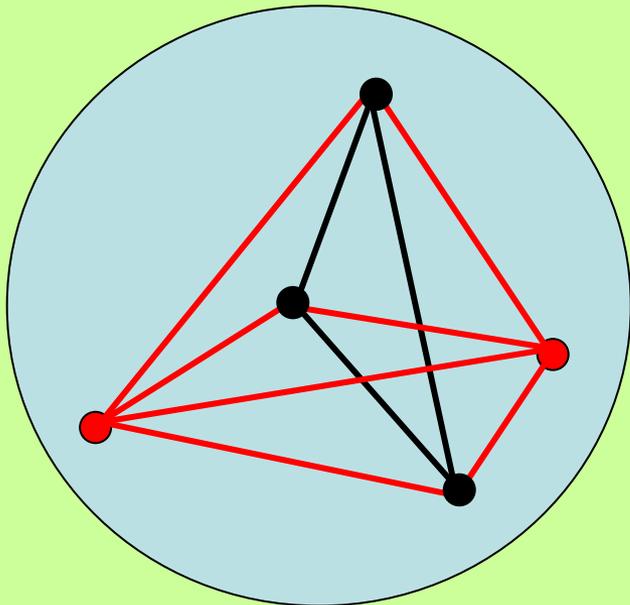
**l'Universo si espande:**  
le distanze relative tra  
coppie di particelle  
aumentano di uno  
**stesso fattore**



le interazioni si affievoliscono  
nel corso dell'espansione, fino  
a che ...



le interazioni si affievoliscono  
nel corso dell'espansione, fino  
a che alcune particelle si  
**disaccoppiano** dal plasma



le particelle disaccoppiate non partecipano  
piu' all'equilibrio del plasma, pur partecipando  
all'espansione dell'Universo

Nel plasma primordiale l'equilibrio tra le diverse specie di particelle è mantenuto dalle mutue interazioni tra particelle, per esempio per la **specie  $\chi$**



★ il **tasso di interazione** (numero di eventi nell'unità di tempo) è dato da

$$\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$$

dove  $v$  è la velocità relativa della coppia di particelle e  $\sigma$  è la sezione d'urto

$$\sigma = \frac{\text{probabil. per unità di tempo}}{\text{flusso}}$$

★ l'Universo **si espande con un tasso** dato da  $H$

una specie rimane in **equilibrio** finchè  $\Gamma_{\text{int}} \geq H$

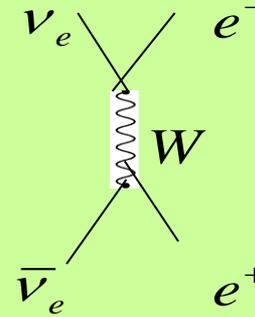
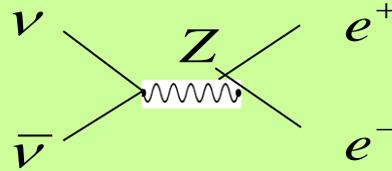
la specie si **disaccoppia** dal plasma e diventa una **particella fossile** quando

$$\Gamma_{\text{int}} < H$$

## Disaccoppiamento dei neutrini

★ determinazione di  $\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$

processi deboli



$$\frac{f_W^2}{m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$$

$$G_F \cong \frac{10^{-5}}{m_p^2}$$

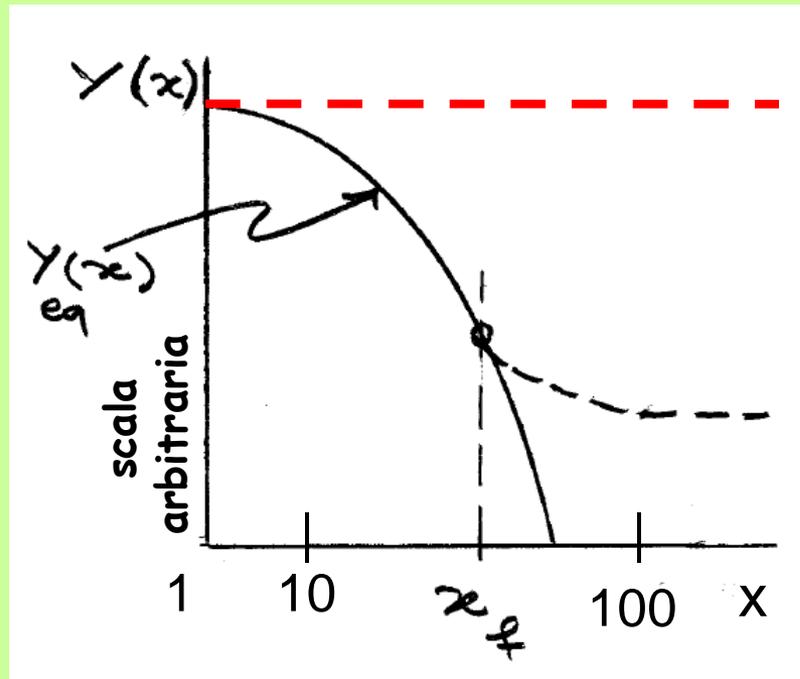
$$\left. \begin{aligned} n &\cong T^3 \\ \langle \sigma \rangle &\cong G_F^2 E_{\text{CM}}^2 \cong G_F^2 T^2 \end{aligned} \right\} \Gamma_{\text{int}} = n \sigma v \cong G_F^2 T^5$$

★ costante di Hubble (con dominanza della radiazione)

$$H \cong \frac{T^2}{m_{\text{Planck}}} \quad (m_{\text{Planck}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV})$$

$$\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \cong \frac{G_F^2 T^5}{T^2 / m_{\text{Planck}}} = m_{\text{Planck}} G_F^2 T^3 \cong 10^{19} \text{ GeV} \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-4} T^3 \cong \left( \frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3$$

quindi i neutrini si disaccoppiano alla temperatura di circa 1 MeV



particella calda

particella fredda

$Y(x)$  = numero di particelle nel volume comovante

$$x \equiv \frac{m}{T}, \quad x_f \text{ valore di } x \text{ al disaccoppiamento}$$

se al disaccoppiamento  $x < m/T$ , la particella è **relativistica (calda)**

se al disaccoppiamento  $x > m/T$ , la particella è **non-relativistica (fredda)**

## Abbondanze fossili per candidati caldi e freddi

abbondanza fossile dei neutrini

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_i}{93 \text{ eV}}$$

dallo studio delle oscillazioni dei neutrini solari e di quelli atmosferici si ha  $\sum_i m_i \leq 0.06 \text{ eV}$  e quindi

$$\Omega_\nu h^2 \leq 6.5 \times 10^{-4}$$

Per i candidati freddi dall'equazione di Boltzmann

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = - \langle \sigma_{ann} v \rangle (n_\chi^2 - n_{\chi,eq}^2)$$

si ricava

$$\Omega_\chi h^2 \cong \frac{1}{g_*^{1/2}(x_f)} \frac{3.3 \times 10^{-38} \text{ cm}^2}{\langle \sigma v \rangle_{int}}$$

dove  $\langle \sigma v \rangle_{int} \equiv \frac{1}{m} \int_0^{T_f} dT \langle \sigma v \rangle$

Il valore di  $x_f$  si ricava numericamente

## Un esempio di candidato freddo (esercizio)

$$m \cong 100 \text{ GeV}, \quad g = 2, \quad \langle \sigma v \rangle_{x_f} \cong 5 \times 10^{-37} \text{ cm}^2$$

Dalla condizione di disaccoppiamento

$$\left( \frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \right)_{x_f} \cong 1$$

si trova numericamente  $x_f \cong 20$  e quindi

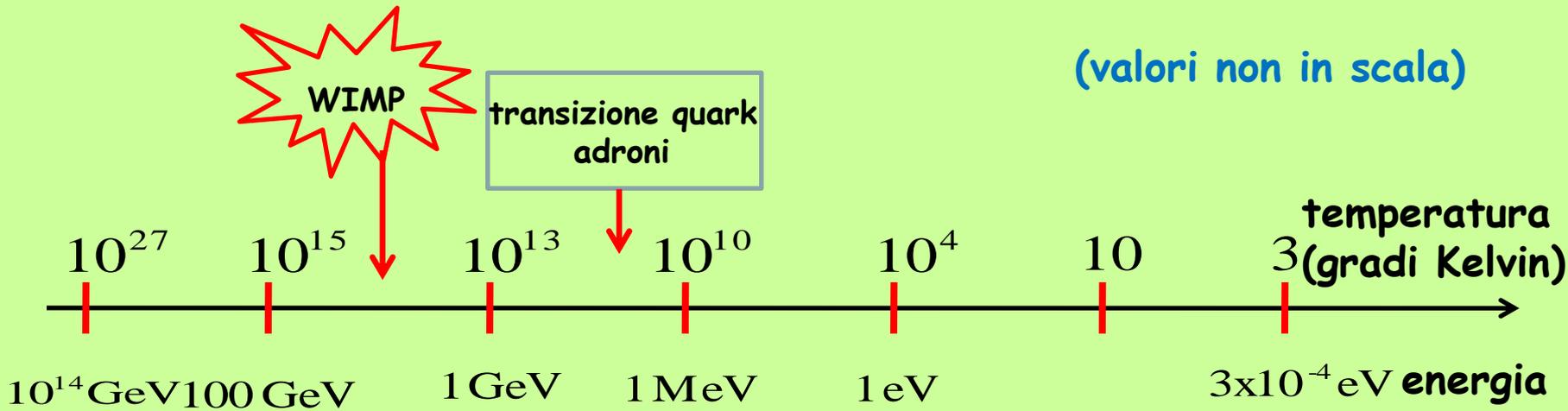
$$T_f = \frac{m}{x_f} \cong 5 \text{ GeV} \quad \Rightarrow \quad g_*(x_f = 20) \cong 80$$

da cui  $\Omega_\chi h^2 \cong 0.15$

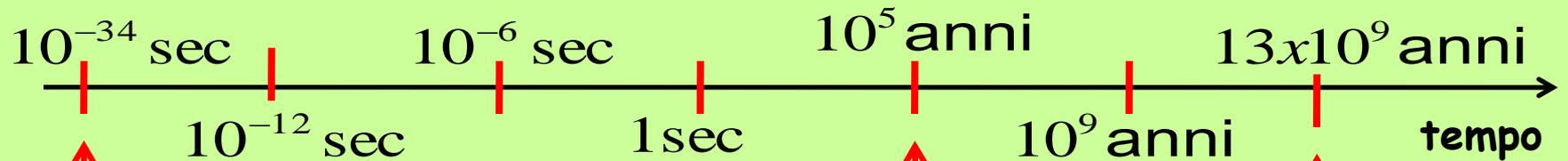
Quindi questo **ipotetico candidato** fornirebbe una **grande abbondanza fossile**

(valori non in scala)

**B  
I  
G**



**B  
A  
N  
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

dominanza della materia  
formazione degli atomi  
disaccoppiamento  
radiazione-materia CMB

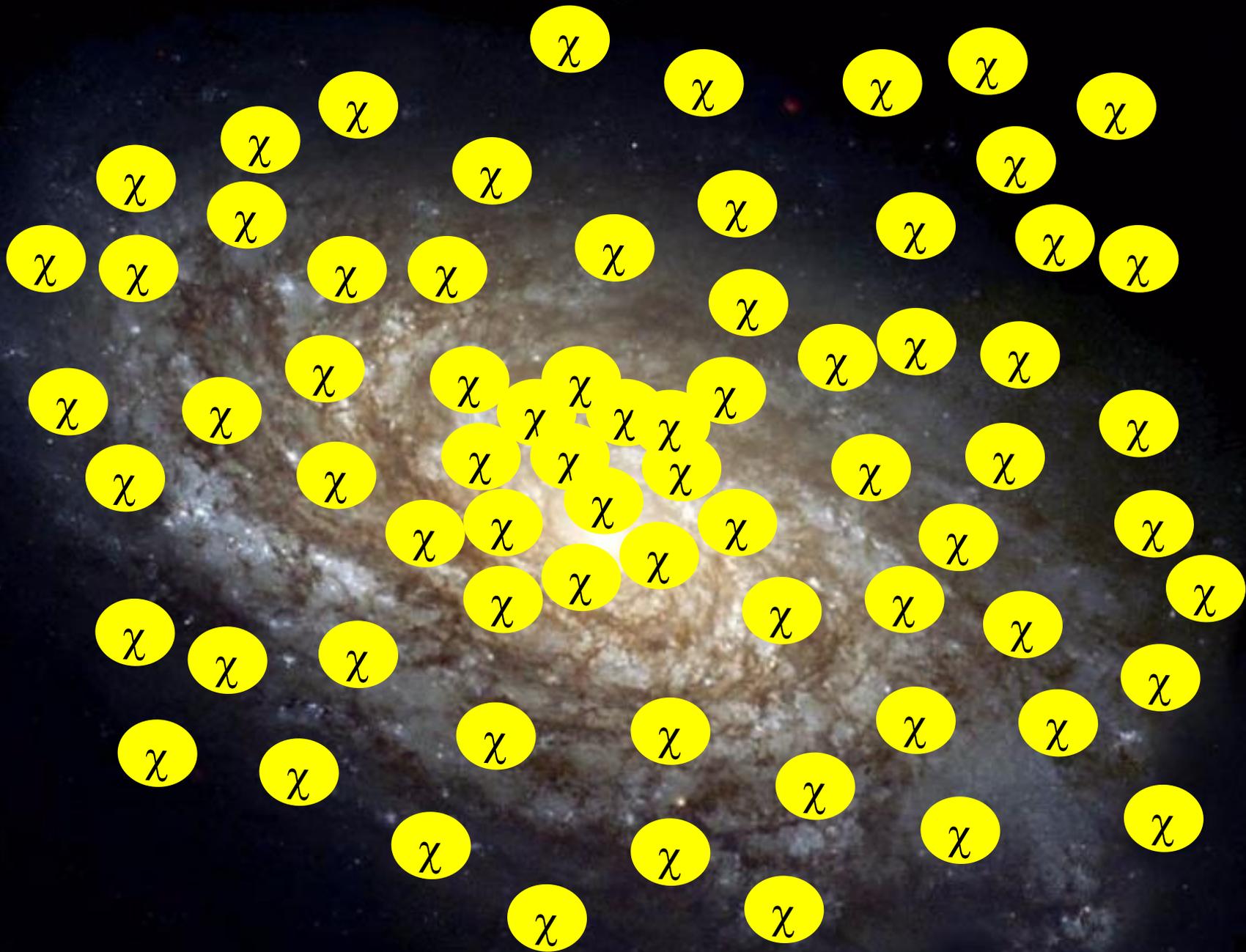
formazione della nostra galassia

ADESSO

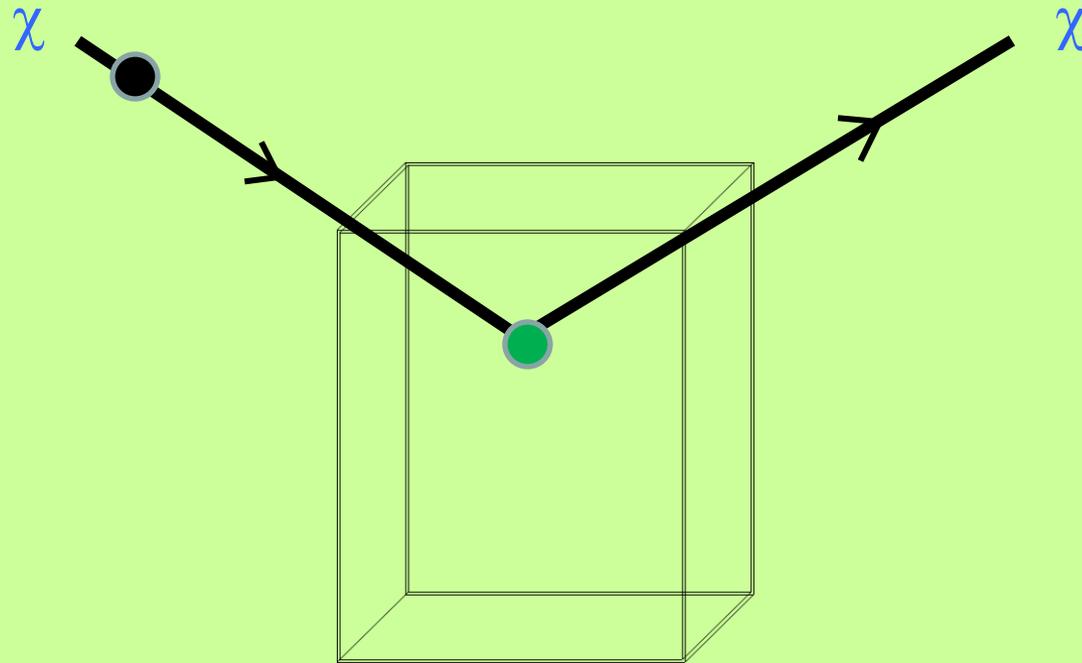
1 GeV  $\cong$  energia di riposo del protone  $\longleftrightarrow$   $10^{13}$  gradi Kelvin

**Misure dirette e misure indirette  
di particelle oscure**



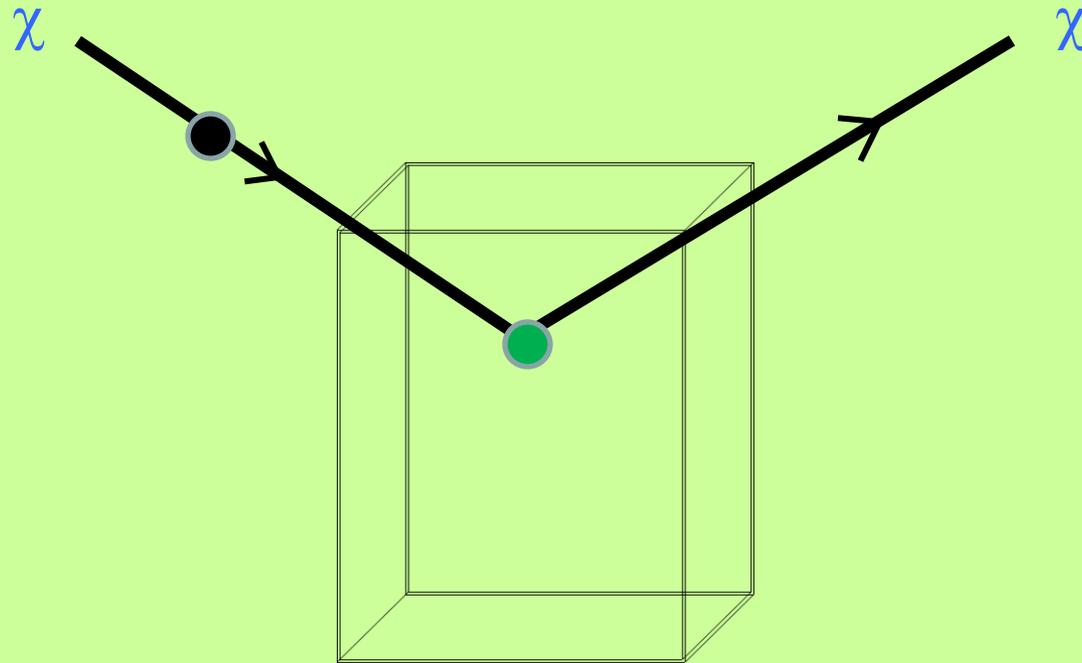


# Misure dirette di WIMP



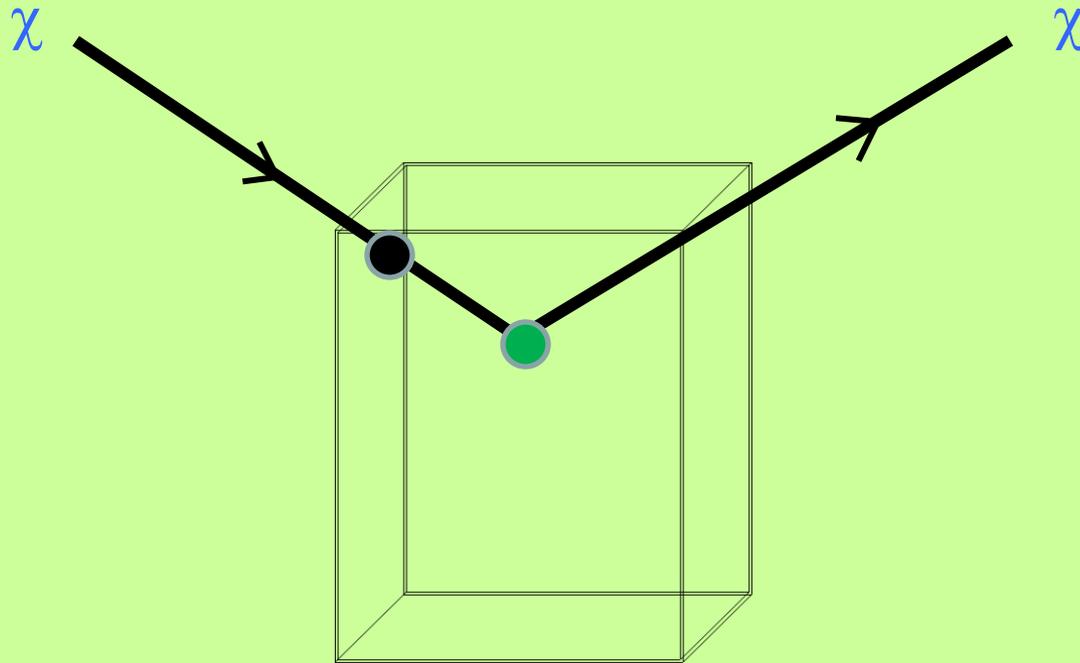
**misura di rinculo nucleare**

# Misure dirette di WIMP



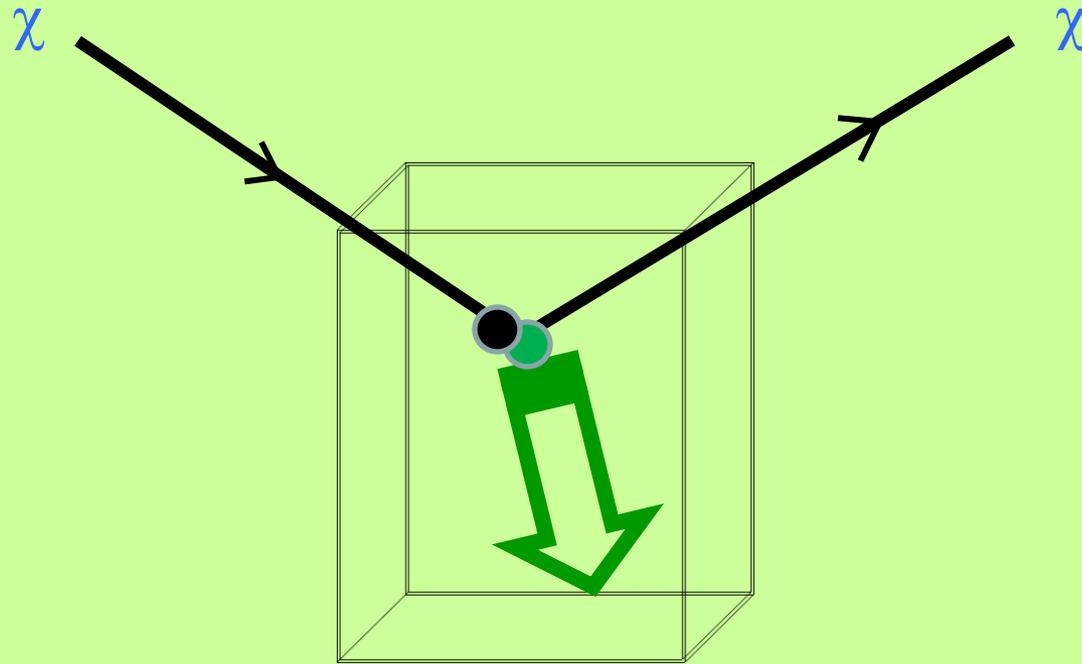
**misura di rinculo nucleare**

# Misure dirette di WIMP



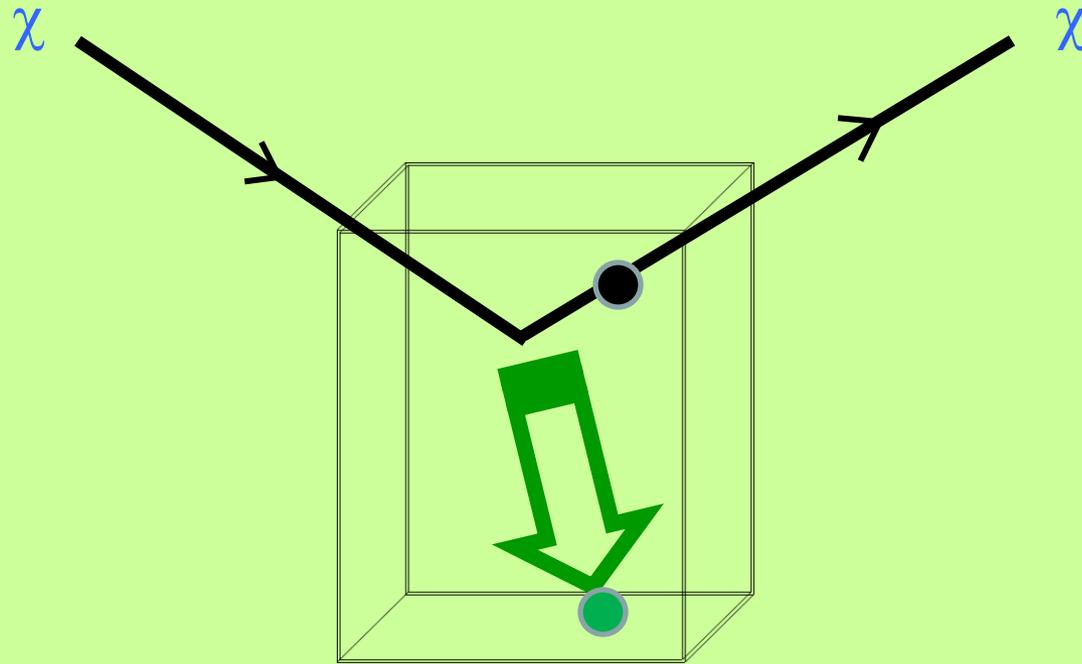
**misura di rinculo nucleare**

# Misure dirette di WIMP



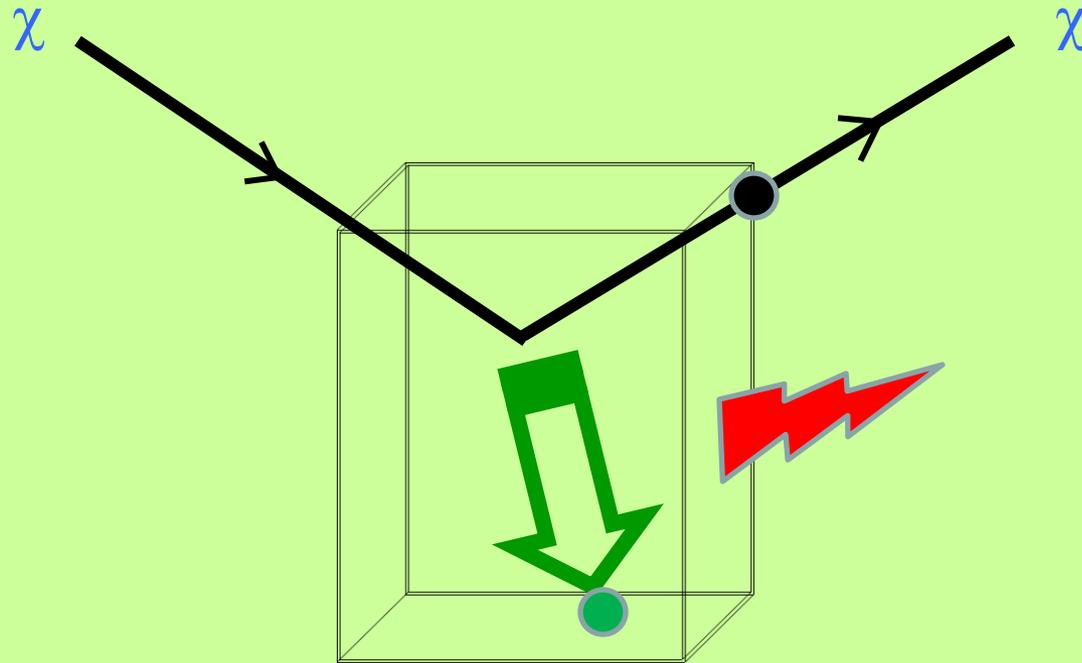
**misura di rinculo nucleare**

# Misure dirette di WIMP



**misura di rinculo nucleare**

# Misure dirette di WIMP

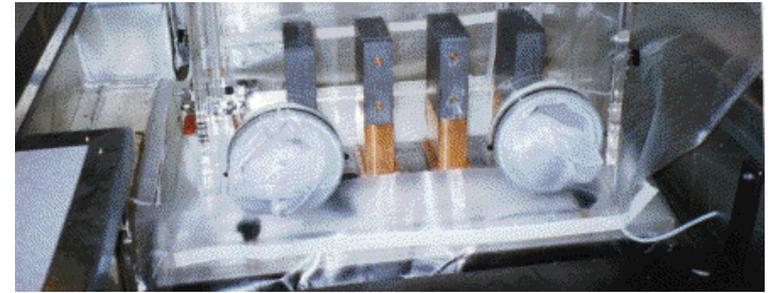


**misura di rinculo nucleare**

# Ricerche in luoghi protetti dalla radiazione cosmica

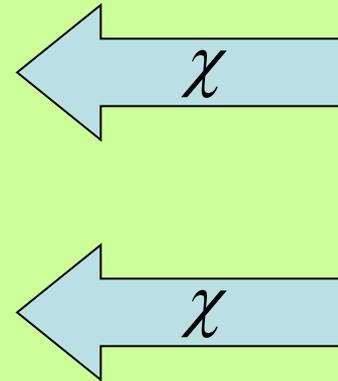
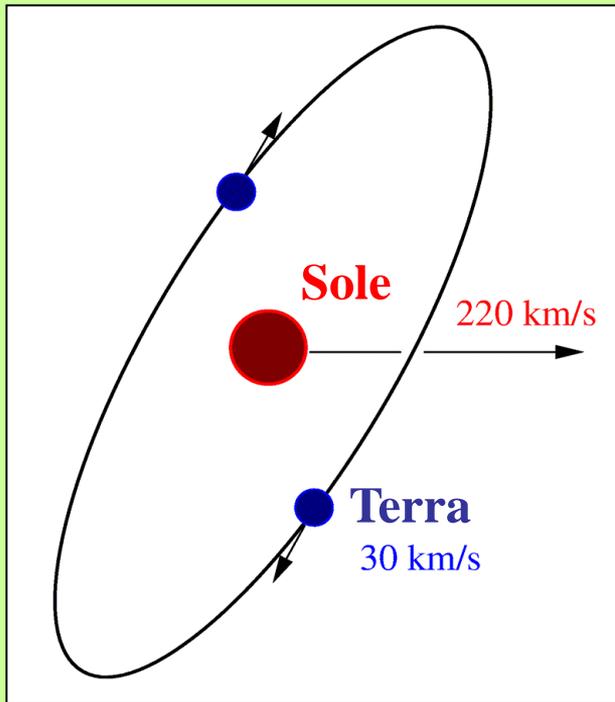


Esperimento DAMA



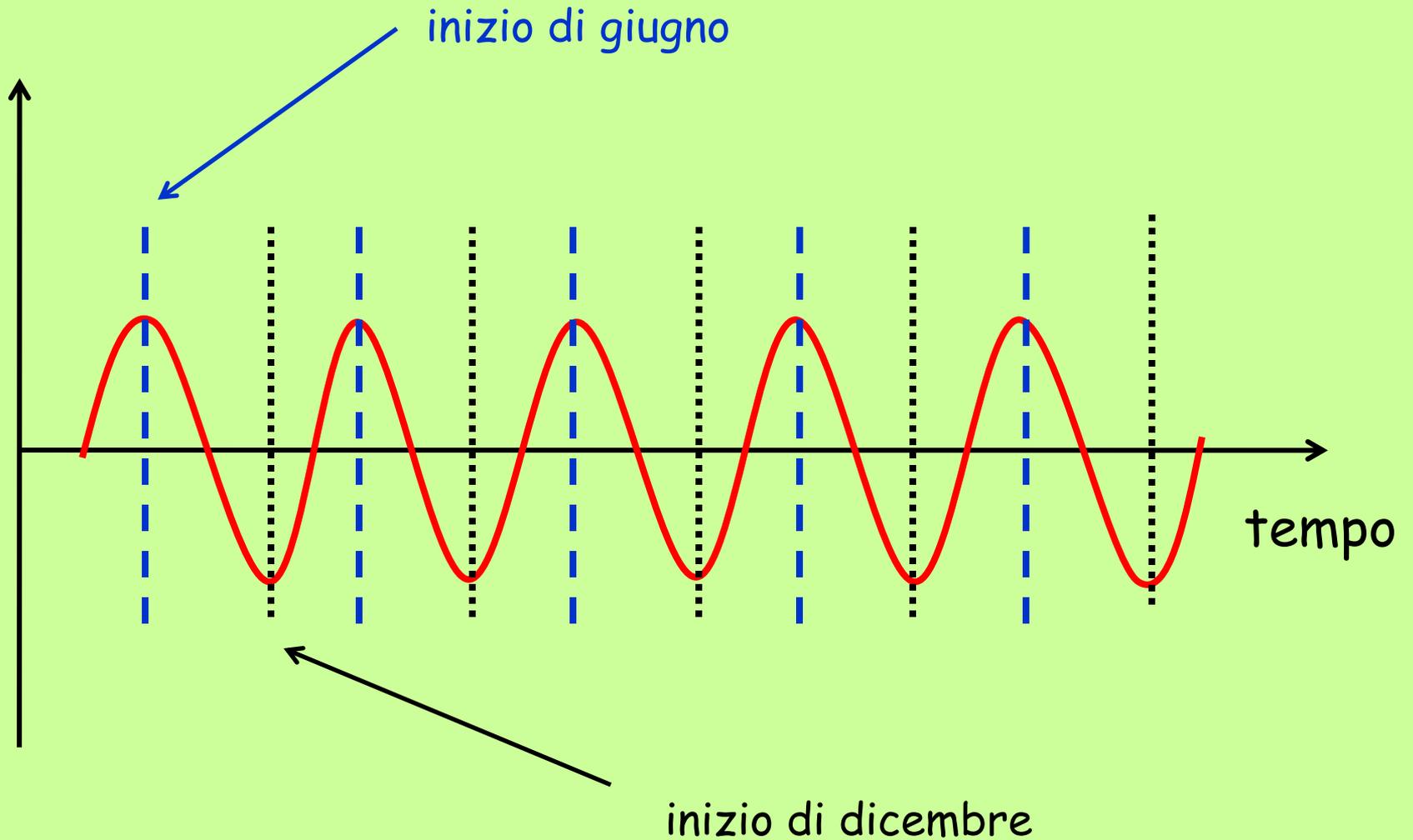
Laboratori Nazionali del Gran Sasso





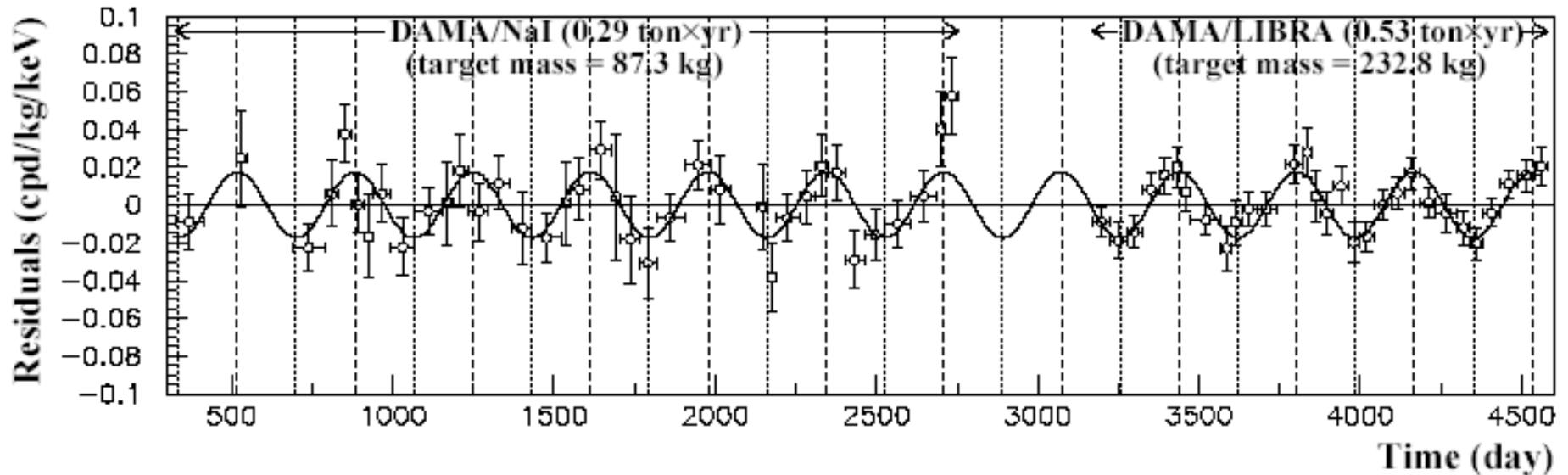
Moto del sistema solare  
rispetto alle particelle  
dell'alone oscuro

# Variazione annuale del segnale



# Esperimento DAMA presso il Laboratorio Nazionale del Gran Sasso dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Osservata una variazione annuale del segnale su di un periodo complessivo di 11 anni



*Gli altri esperimenti di misura diretta di materia oscura particellare forniscono solo limiti superiori sulla grandezza misurata*

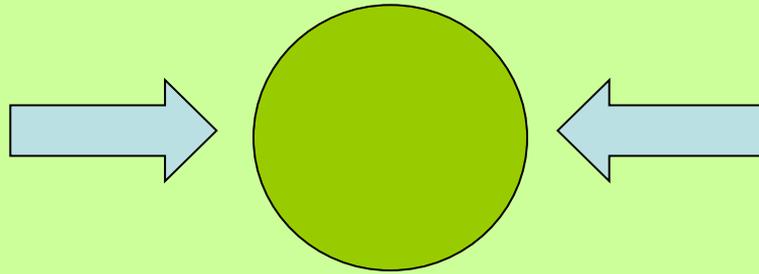
**Qual e' la natura delle particelle  
oscure ?**

# produzione di una nuova particella in laboratorio



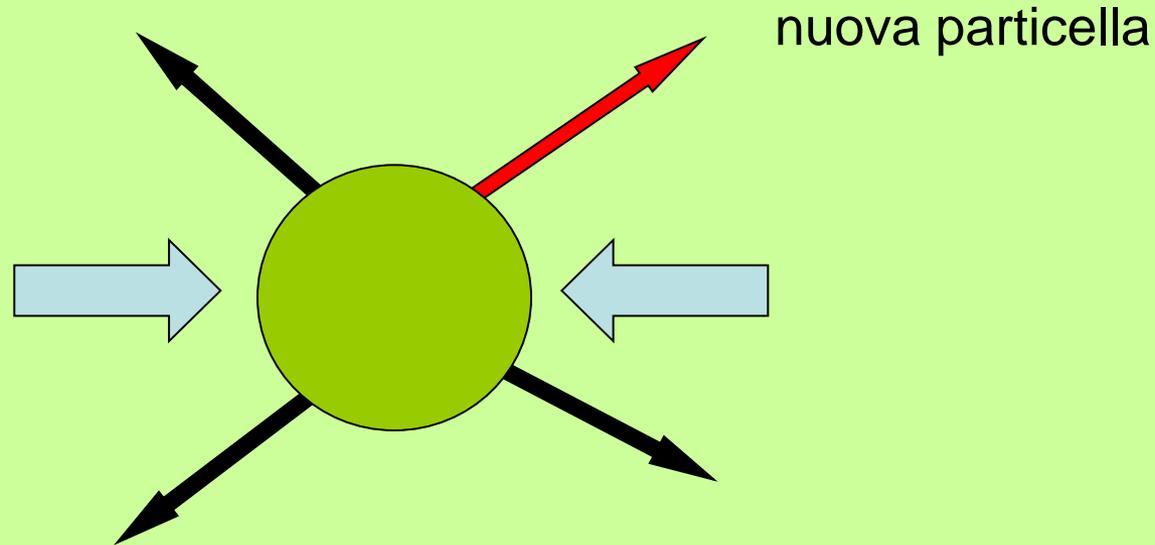
due particelle note vengono fatte collidere

# produzione di una nuova particella in laboratorio



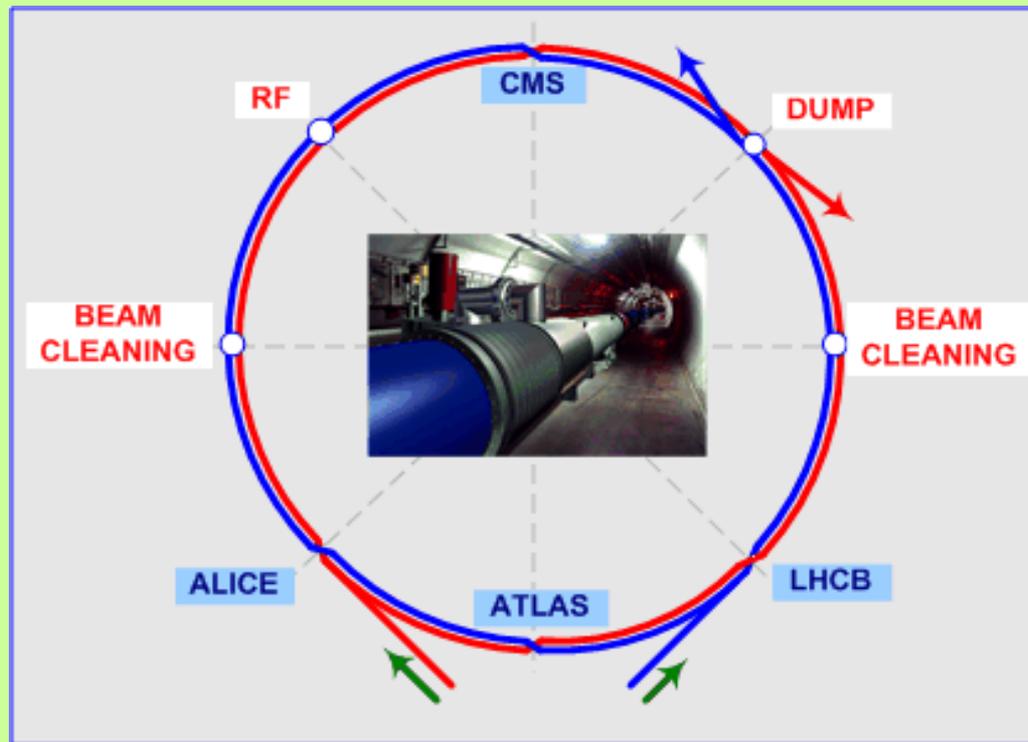
due particelle note vengono fatte collidere

# produzione di una nuova particella in laboratorio



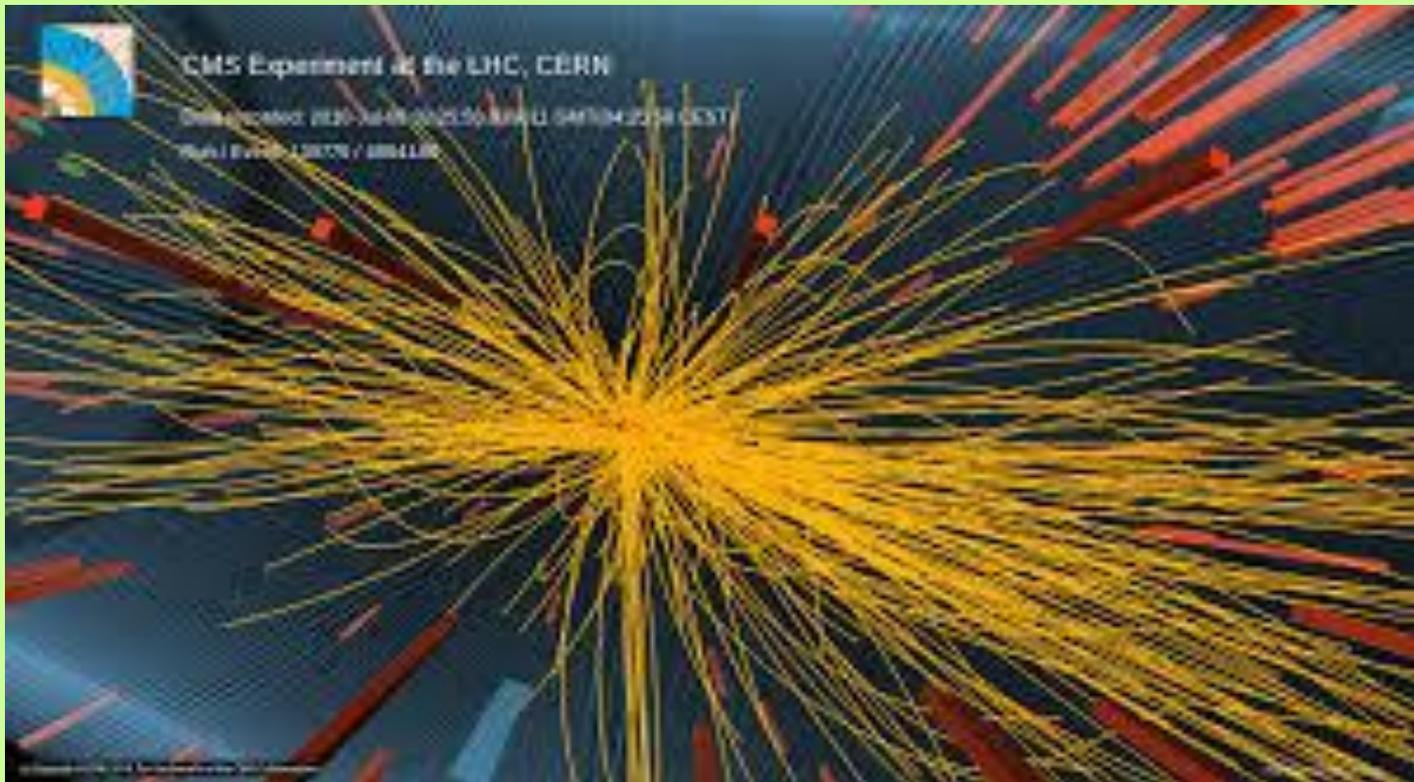
due particelle note vengono fatte collidere

# Large Hadron Collider (CERN)



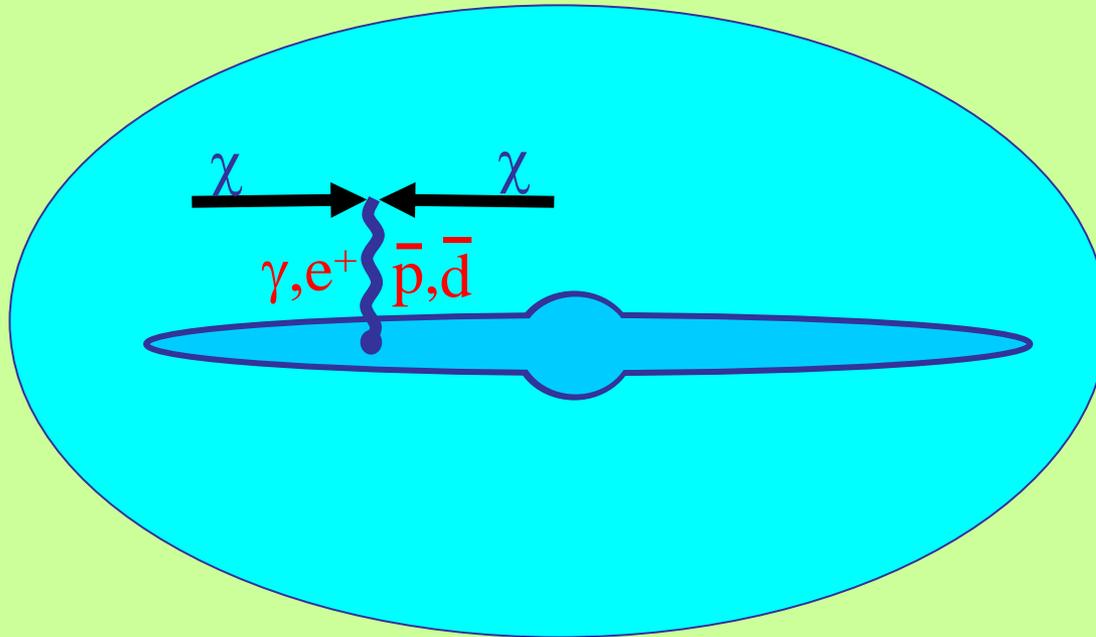
- ★ circonferenza di 27 km - tunnel sotterraneo a 50 - 175 metri di profondità'
- ★ 2 fasci di protoni circolanti in verso opposto per provocare collisioni
- ★ ogni protone ha un'energia 7.000 volte piu' grande della propria energia di riposo

una caccia al tesoro...



# Misure indirette di WIMP

Un esempio – questo tema verrà trattato da [Fiorenza Donato](#)



**Produzione di particelle rare nei raggi cosmici**

## Approfondimento 1

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (modello standard cosmologico) è quello di un **cosmo in espansione** descritto dalle **equazioni di relatività generale di Einstein** e assoggettato al **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale.

- **equazione di Einstein**

$$\boxed{R_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}} \quad \text{dove} \quad S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^\lambda{}_\lambda$$

↑ costante cosmologica

↑ tensore di Ricci

↑ tensore di Einstein

↑ tensore energia-momento

- **principio cosmologico di isotropia e omogeneità**

metrica di Lemaitre-Friedmann-Robertson-Walker:

$$\boxed{d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left( \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right)}$$

$R = R(t)$  parametro di scala cosmico  $[R] = [l]$   
 $k = +1, 0, -1$  parametro di curvatura

realizzazione di fluido perfetto per il tensore energia-momento:

$$\boxed{T_{00} = \rho(t), T_{0i} = T_{i0} = 0, T_{ij} = \delta_{ij} p(t)}$$

$\rho = \rho(t)$  densità  
 $p = p(t)$  pressione

## Approfondimento 1 (continua)

L'inserimento del termine di costante cosmologica  $\Lambda g_{\mu\nu}$  nel primo membro dell'equazione di Einstein (A) **equivale ad aggiungere al tensore energia-impulso un contributo**

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \equiv \rho_{\Lambda} g_{\mu\nu}$$

combinando questa espressione con

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = (\rho_{\Lambda} + p_{\Lambda}) u_{\mu} u_{\nu} - p g_{\mu\nu}$$

si ottiene  $\rho_{\Lambda} = -p_{\Lambda}$  ossia  $w_{\Lambda} = -1$

Quindi, complessivamente, all'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti: radiazione con  $w=1/3$ , materia con  $w=0$ , energia del vuoto con  $w=-1$ .

Dall'equazione (D) si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

**materia**

$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

**radiazione**

$$\rho_{\Lambda} \propto \text{costante}$$

**energia del vuoto**

## Approfondimento 2

$$\text{Proof of } S = \frac{p+p}{T} V$$

$$dS = \frac{1}{T} d(pV) + \frac{p}{T} dV \quad (A)$$

Consider  $S = S(V, T)$  with  $p = p(T)$  and  $p = p(T)$

$$\begin{aligned} dS &= \frac{1}{T} V dp + \frac{1}{T} p dV + \frac{p}{T} dV \\ &= \frac{V}{T} \frac{dp}{dT} dT + \frac{p+p}{T} dV \end{aligned}$$

We require that  $dS$  is an exact differential

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial V} dV$$

then 
$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{V}{T} \frac{dp}{dT}, \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{p+p}{T}$$

From 
$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$$

$$-\frac{1}{T^2} (p+p) + \frac{1}{T} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{T} \frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \frac{dp}{dT}$$

thus 
$$dp = \frac{p+p}{T} dT \quad (B)$$

From (A), written as

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{V}{T} dp$$

and (B) one gets

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{p+p}{T^2} V dT = d\left[\frac{(p+p)V}{T} + \text{const}\right]$$

Thus, up to an additional constant,

$$S = \frac{p+p}{T} V$$

**Alcuni testi su cui approfondire i principali argomenti trattati:**

Carlo Giunti and Chung W. Kim: Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press (2007); **il cap.16** descrive in modo succinto il modello cosmologico standard e la termodinamica dell'Universo primordiale

Edward W. Kolb and Michael S. Turner: The Early Universe, Addison-Wesley Publishing Company (1990), **cap. 1-5**

Steven Weinberg: Cosmology, Oxford University Press (2008); **cap. 1-3**