

Materia Oscura nell'Universo

Corso di formazione e aggiornamento per docenti
di scuole secondarie di secondo grado
Fisica delle particelle e materia oscura nell'Universo

Accademia delle Scienze di Torino
22/27 marzo 2018

Alessandro Bottino
Università di Torino
Accademia delle Scienze di Torino

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (**modello standard cosmologico**) è quello di un **cosmo in espansione** descritto da (**vedi Approfondimento 1**):

- **equazioni di relatività generale di Einstein**
- **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale [scale maggiori di circa 100 Mpc (1 pc = 3.26 anni luce)]; questo principio consente di rappresentare, mediante la **metrica di Lemaître-Friedmann-Robertson-Walker**, l'evoluzione dell'Universo attraverso il **fattore di scala cosmico R(t)**

Dai due punti precedenti si ricavano le equazioni dinamiche per R(t)

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \equiv H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{R^2}$$

equazione di Friedmann (A)

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p)$$

(B)

notazioni

G = costante di Newton

k = +1,0,-1 parametro di curvatura

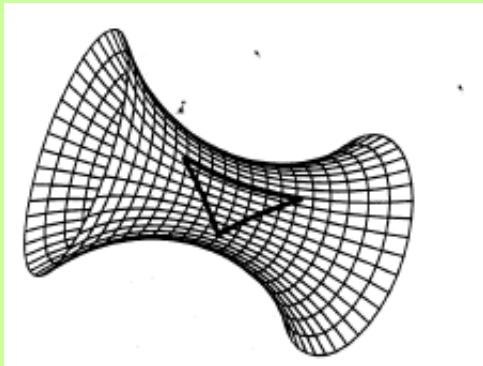
ρ = densità

p = pressione

$H \equiv \dot{R}/R$ = **costante di Hubble**



superficie con **curvatura positiva**



superficie con **curvatura negativa**

Tenuto conto delle varie componenti della densità ρ , l'equazione di Friedmann (A) e l'equazione (B) possono essere riscritte come

$$H^2 \equiv \frac{\dot{R}^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i - \frac{k}{R^2} \quad \left(\sum_i \rho_i \equiv \rho_m + \rho_{rad} + \rho_\Lambda \right) \quad (C)$$
$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3p_i)$$

se definiamo una **densità critica** $\rho_{crit} \equiv \frac{3}{8\pi G} H^2$ e $\Omega_i \equiv \left(\frac{\rho_i}{\rho_{crit}} \right)_0$

dalla (C), dividendo per H^2 , si ha (il suffisso 0 significa al tempo attuale)

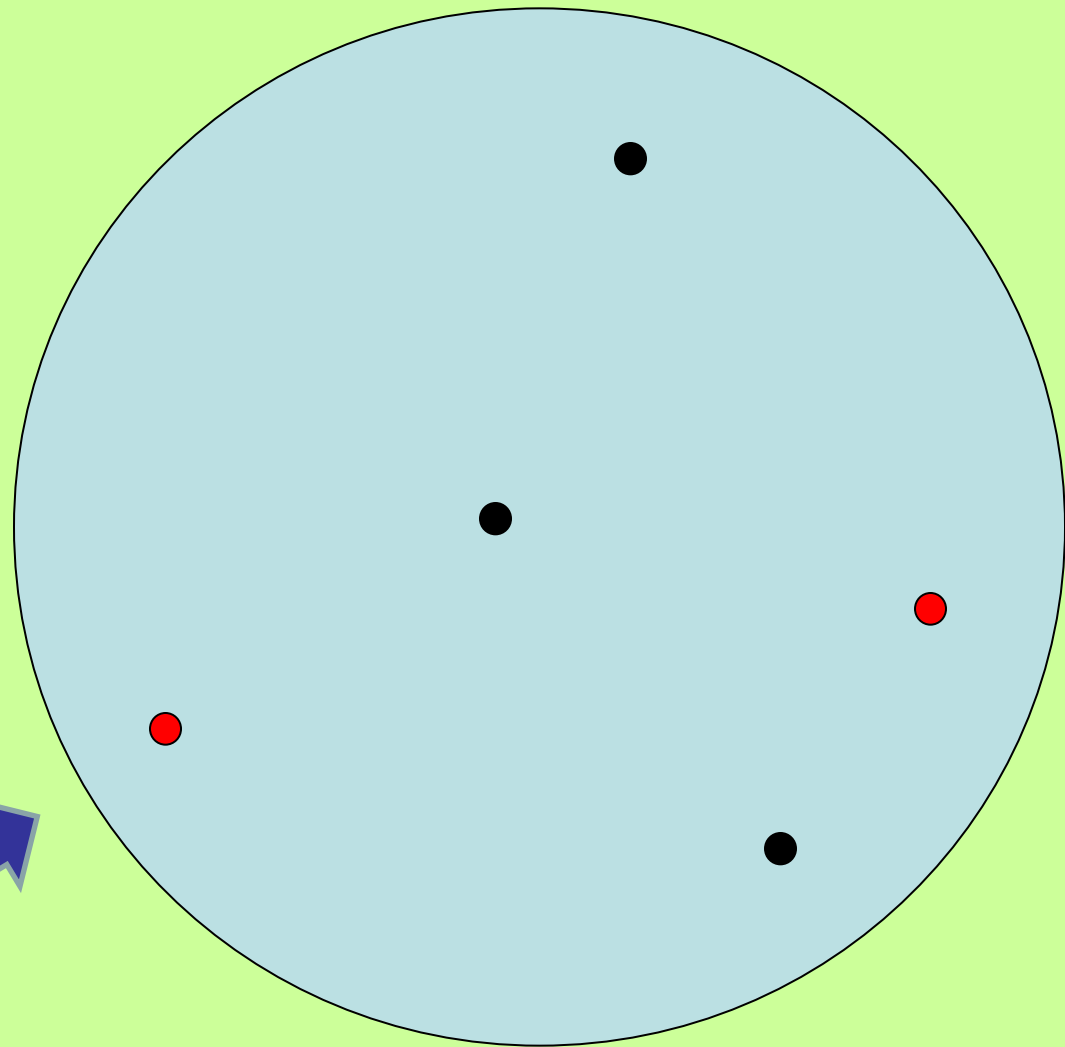
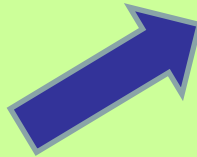
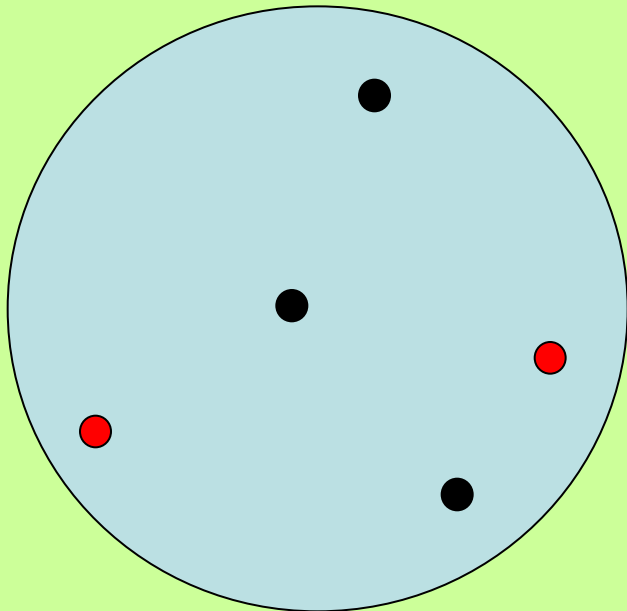
$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda - \frac{k}{H_0^2 R_0^2} = 1 \quad \Rightarrow \quad \Omega - 1 = \frac{k}{H_0^2 R_0^2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = +1 \Rightarrow \Omega > 1 \text{ Universo chiuso} \\ k = 0 \Rightarrow \Omega = 1 \text{ Universo piatto} \\ k = -1 \Rightarrow \Omega < 1 \text{ Universo aperto} \end{array} \right.$$

Sia le condizioni iniziali che i dati osservativi attuali indicano un valore **k = 0** (problema della piattezza). Prendendo $k = 0$ abbiamo

$$\Omega_m + \Omega_{rad} + \Omega_\Lambda = 1$$

l'Universo si espande:
le distanze relative tra
coppie di particelle
aumentano di uno
stesso fattore



il tasso di espansione H segue la legge di Hubble

$$v = H d$$

velocità di recessione

distanza relativa

Effetto Doppler cosmologico



se lo spazio **si espande**, la frequenza della radiazione **diminuisce**:
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il rosso (redshift)**



se lo spazio **si contrae**, la frequenza della radiazione **aumenta**:
spostamento delle linee spettroscopiche **verso il blu (blueshift)**

All'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti:

- **radiazione** (particelle relativistiche) con densità ρ_{rad}
- **materia** (particelle non-relativistiche) con densità ρ_m
- **energia del vuoto** (costante cosmologica) con densità $\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}$

Per ogni componente la pressione è legata alla densità tramite l'**equazione di stato**

$$p = w \rho$$

con

$$\left\{ \begin{array}{ll} w = 0 & \text{per la materia} \\ w = 1/3 & \text{per la radiazione} \\ w = -1 & \text{per l'energia del vuoto} \end{array} \right.$$

Dal primo principio della termodinamica (conservazione dell'energia)

$$U_f - U_i = -L$$

U = energia del sistema

$-L$ = lavoro compiuto dalle forze esterne

otteniamo

$$d(\rho R^3) = -p d(R^3)$$

variazione di energia in un
elemento di volume comovente

pressione x variazione di volume

$$R^3 d\rho = -(\rho + p) d(R^3) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = -3(1+w) \frac{dR}{R}$$

con soluzione

$$\rho = \text{cost} R^{-3(1+w)}$$

Quindi si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

materia

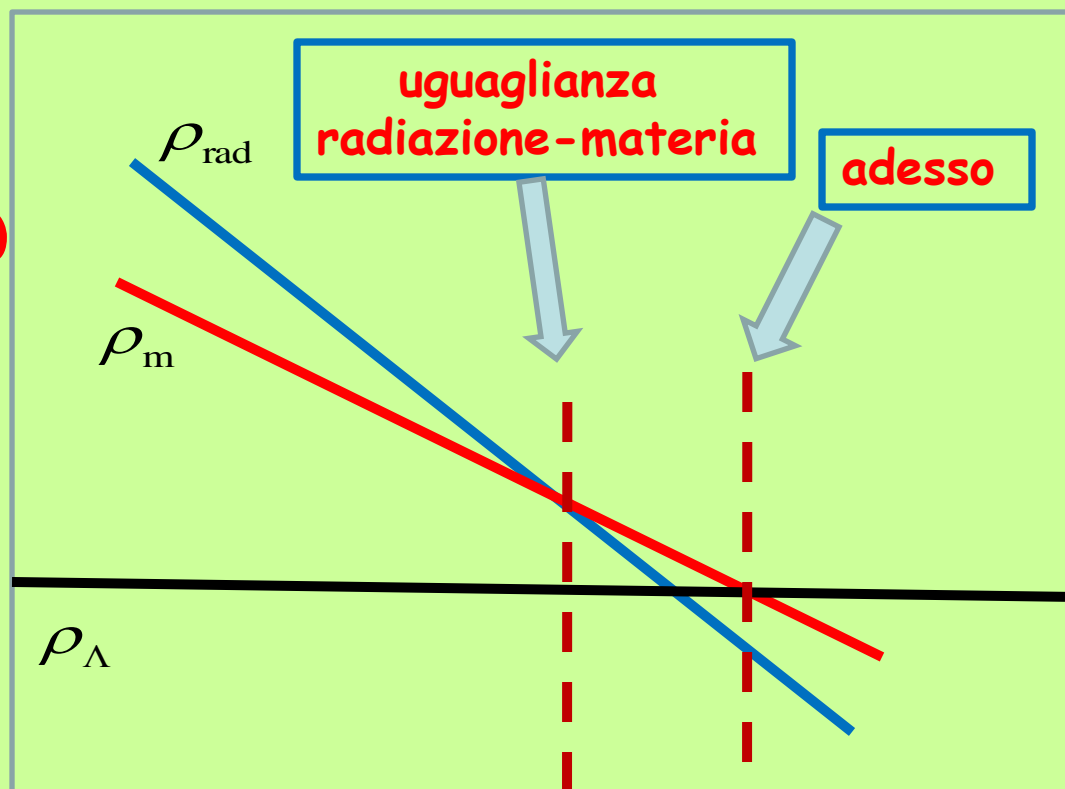
$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

radiazione

$$\rho_\Lambda \propto \text{costante}$$

energia del vuoto

densità di
massa/energia
(scala arbitraria)



uguaglianza
radiazione-materia

adesso

ρ_{rad}

ρ_{m}

ρ_{Λ}

0.6 eV

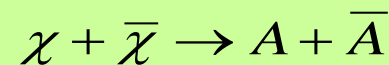
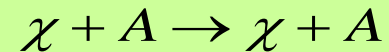
2.7×10^{-4} eV
(2.73 K)

temperatura (eV)
(scala arbitraria)

Storia termica dell'Universo

Nel corso del processo di espansione, e quindi di **progressivo raffreddamento**, l'Universo evolve attraverso stati rappresentabili come stati di **equilibrio termodinamico**

L'equilibrio termodinamico del plasma primordiale è garantito dalle **interazioni che si esercitano tra le particelle** costituenti il plasma. Ad ogni valore della temperatura T partecipano quelle particelle che, data la loro massa e le loro interazioni, sono compatibili con l'energia $E \approx k T$ (k = costante di Boltzmann)



Particelle di una determinata specie rimangono **in equilibrio** con il bagno termico fino a quando il loro **tasso di interazione** Γ_{int} è **maggiore o dell'ordine del tasso di espansione** H

Se, per una certa particella, ad una data temperatura, il tasso di espansione diventa maggiore del tasso di interazione, quella particella si **disaccoppia dal plasma** e (se stabile) diviene **particella fossile**

Un richiamo a proposito di particelle

Nel Modello Standard:

interazione el. magn.
interazione debole

$E \approx 100 \text{ GeV}$

interazione forte

$E \approx 10^{15} \text{ GeV}$

proprietà di confinamento
dell'interazione forte



transizione di fase
quark-adroni $E \approx 200 \text{ MeV}$

particelle stabili

neutrini (mixing)
elettrone (leptone carico di massa minima)
protone (barione carico di massa minima)

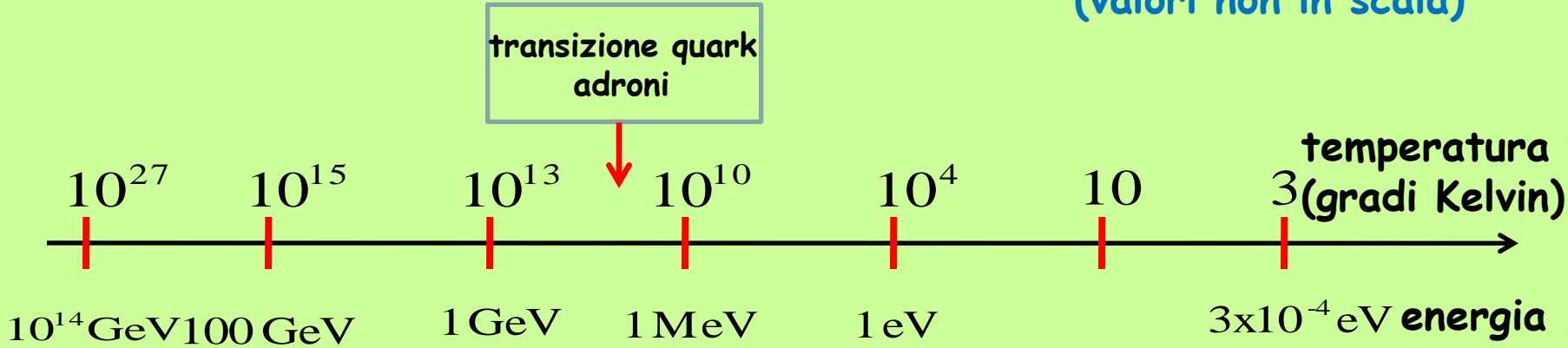
Possibile estensione supersimmetrica (?)

particelle caratterizzate da R-parità: $\left\{ \begin{array}{ll} R = +1 & \text{particelle ordinarie} \\ R = -1 & \text{particelle susy} \end{array} \right.$

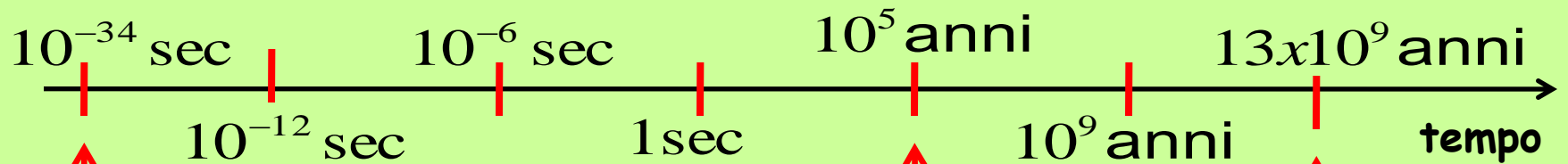
la particella susy di massa minore è stabile
se neutra, candidata per materia oscura

(valori non in scala)

**B
I
G**



**B
A
N
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

dominanza della materia
formazione degli atomi
disaccoppiamento
radiazione-materia CMB

ADESSO

$1 \text{ GeV} \cong \text{energia di riposo del protone} \longleftrightarrow 10^{13} \text{ gradi Kelvin}$

Termodinamica dell'Universo primordiale

Consideriamo un gas di particelle debolmente interagenti con gradi di libertà interni g (segno + per distribuzione di Fermi-Dirac, segno - per distribuzione di Bose-Einstein)

densità in numero $n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{1}{e^{E/T} \pm 1} \quad (E^2 = \vec{p}^2 + m^2)$

densità in energia $\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{E}{e^{E/T} \pm 1}$

pressione $p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{\vec{p}^2 / 3E}{e^{E/T} \pm 1}$

(in teoria cinetica: $p = \frac{1}{3} n \langle |\vec{p}| v \rangle = \frac{1}{3} \langle \frac{\vec{p}^2}{E} \rangle n$)

Unità naturali

Stiamo utilizzando unità naturali, definite da

$$h/(2\pi) = c = k_B = 1$$

in queste unità si ha

$$[l] = [t] = [E^{-1}] = [p^{-1}] = [m^{-1}] = [T^{-1}]$$

fattori di conversione utili

$$1 \text{ GeV} \cong 10^{13} \text{ K}$$

$$1 \text{ MeV} \cong \frac{1}{200 \text{ fm}}$$

Per particelle **non-relativistiche** ($m/T \gg 1$)

$$n \cong g \left(\frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho \cong m n \\ p \cong T n \end{array} \right\} p \ll \rho$$

Per particelle **relativistiche** ($m/T \ll 1$)

$$\left[\begin{array}{ll} n \cong \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Bose-Einstein} \\ n \cong \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} g T^3 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$\zeta(x)$ funzione ζ
di Riemann
 $\zeta(3) = 1.20$

$$\left[\begin{array}{ll} \rho \cong \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Bose-Einstein} \\ \rho \cong \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g T^4 & \text{Fermi-Dirac} \end{array} \right.$$

$$p \cong \frac{1}{3} \rho$$

Nel caso di più specie di particelle presenti nel plasma i contributi delle **particelle relativistiche** prevalgono su quelli delle particelle non-relativistiche. Per esempio, la densità di energia totale è data da

$$\begin{aligned}\rho &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[\sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i T_i^4 \right] \\ &\cong \frac{\pi^2}{30} \left[\sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \right] T^4\end{aligned}$$

ossia

$$\rho \cong \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{30} g_*(T) T^4$$

dove

$$g_*(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^4$$

le sommatorie si estendono a tutte le specie di particelle con massa $m_i \ll T$
T = temperatura dei fotoni

$$p \cong p_{\text{rad}} = \frac{1}{3} \rho_{\text{rad}} = \frac{\pi^2}{90} g_*(T) T^4$$

Entropia (vedi Approfondimento 2)

Si dimostra che l'entropia nel volume comovente $V = R^3$ è data da

$$S = \frac{\rho + p}{T} R^3$$

Questa si conserva per trasformazione adiabatica (ossia reversibile e senza scambio di calore); quindi

$$\frac{\rho + p}{T} R^3 = \text{cost}$$

La densità di entropia può essere espressa come

$$s = \sum_i \frac{1}{T_i} (p_i + \rho_i) \cong \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T) T^3$$

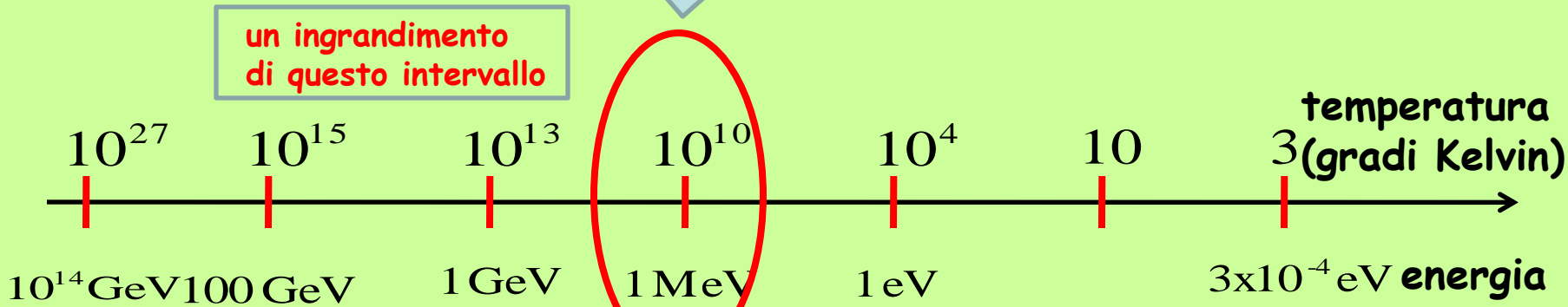
$$g_{*s}(T) \equiv \sum_{\substack{i=\text{bosoni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\substack{i=\text{fermioni} \\ \text{relativ}}} g_i \left(\frac{T_i}{T}\right)^3$$

Conservazione dell'entropia

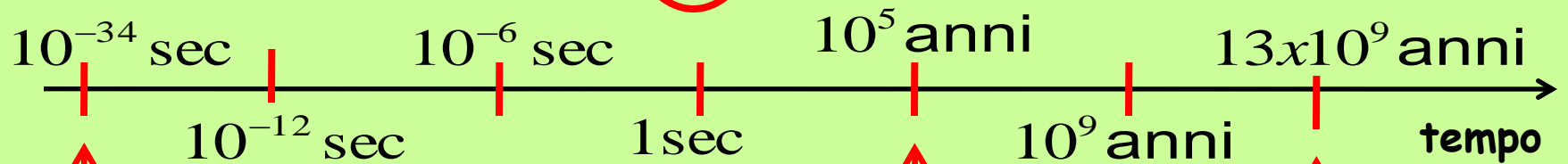
$$g_{*s}(T) T^3 R^3 = \text{cost}$$

(valori non in scala)

**B
I
G**



**B
A
N
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

dominanza della materia
formazione degli atomi
disaccoppiamento
radiazione-materia CMB

ADESSO

1 GeV \cong energia di riposo del protone \longleftrightarrow 10^{13} gradi Kelvin

nucleosintesi primordiale degli elementi leggeri

PERIODIC TABLE
Atomic Properties of the Elements

NIST
National Institute of Standards and Technology
Technology Administration, U.S. Department of Commerce

Frequently used fundamental physical constants
For the most accurate values of these and other constants, visit physics.nist.gov/constants
1 second = 9 192 631 770 periods of radiation corresponding to the transition
between the two hyperfine levels of the ground state of ^{133}Cs

c	299 792 458 m s ⁻¹ (exact)
h	6.626 070 15 × 10 ⁻³⁴ J s (exact)
e	1.602 176 634 × 10 ⁻¹⁹ C (exact)
m_e	9.109 383 56 × 10 ⁻³¹ kg
$m_e c^2$	0.5110 MeV
m_p	1.672 621 63 × 10 ⁻²⁷ kg
α	1/137.036
R_∞	10 973 732 m ⁻¹
$R_\infty c$	3.289 842 × 10 ¹⁵ Hz
$R_\infty h c$	13.6057 eV
Boltzmann constant	1.3807 × 10 ⁻²³ J K ⁻¹

- Solids
- Liquids
- Gases
- Artificially Prepared

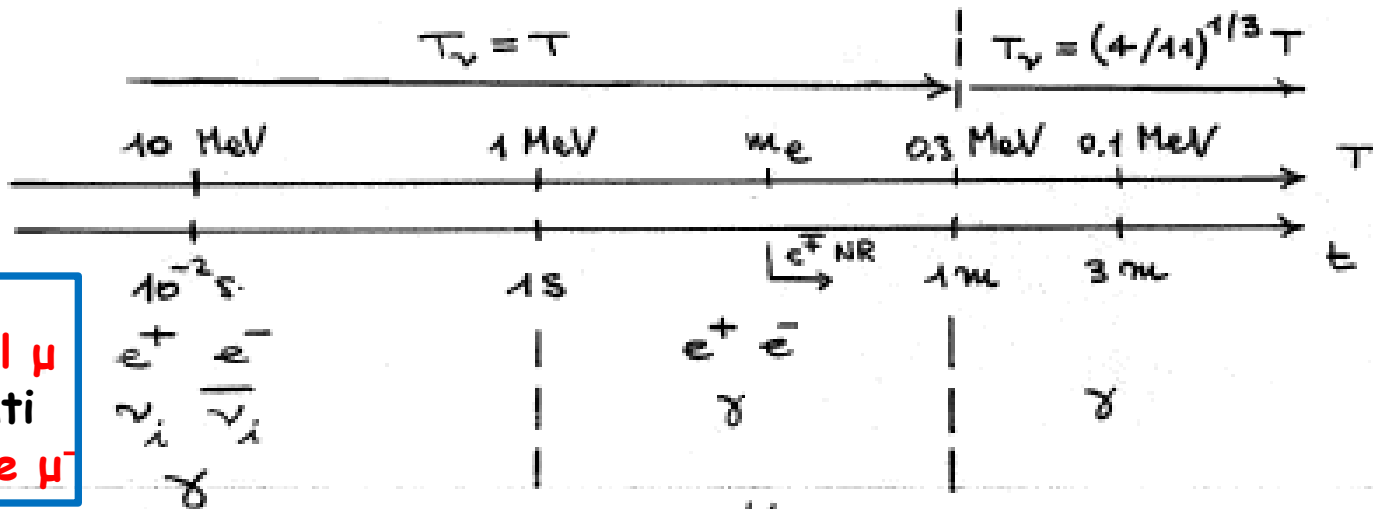
1 H Hydrogen 1.00794 13.5994	2 He Helium 4.002602 24.5874																																																																																			
3 Li Lithium 6.941 5.3917	4 Be Beryllium 9.0122 14.927	5 B Boron 10.811 14.923	6 C Carbon 12.0107 14.223	7 N Nitrogen 14.007 14.534	8 O Oxygen 15.9994 14.534	9 F Fluorine 18.9984 17.422	10 Ne Neon 19.9984 21.564																																																																													
11 Na Sodium 22.98977 15.999	12 Mg Magnesium 24.3050 7.642																																																																																			
13 Al Aluminum 26.981538 5.985	14 Si Silicon 28.0855 8.157	15 P Phosphorus 30.973761 10.487	16 S Sulfur 32.065 10.3	17 Cl Chlorine 35.453	18 Ar Argon 39.948																																																																															
19 K Potassium 39.0983 4.044 4.3407	20 Ca Calcium 40.078 6.9615 6.1132	21 Sc Scandium 44.955910 6.5615	22 Ti Titanium 47.887 6.8281 6.7462	23 V Vanadium 50.9415 6.9911 6.7805	24 Cr Chromium 51.9961 6.9304 7.430	25 Mn Manganese 54.938044 7.430	26 Fe Iron 55.845 7.024 7.8910	27 Co Cobalt 58.933200 7.8910	28 Ni Nickel 58.933200 7.6398	29 Cu Copper 63.546 7.924	30 Zn Zinc 65.409 9.3942	31 Ga Gallium 69.723 5.9993	32 Ge Germanium 72.54 7.8994	33 As Arsenic 74.9216 7.8994	34 Se Selenium 78.9718 7.8994	35 Br Bromine 79.904 7.8994	36 Kr Krypton 83.80 7.8994	37 Rb Rubidium 85.4678 4.1771	38 Sr Strontium 87.62 5.6949	39 Y Yttrium 88.90585 6.2173	40 Zr Zirconium 91.224 6.339	41 Nb Niobium 92.90638 6.7589	42 Mo Molybdenum 95.94 7.024	43 Tc Technetium (98)	44 Ru Ruthenium 101.07 7.3005	45 Rh Rhodium 102.90550 7.4589	46 Pd Palladium 106.42 8.3369	47 Ag Silver 107.8682 7.5702	48 Cd Cadmium 112.411 8.9938	49 In Indium 114.818 5.7864	50 Sn Tin 118.710 7.3439	51 Sb Antimony 121.760 8.6084	52 Te Tellurium 127.60 9.5	53 I Iodine 126.905 9.5	54 Xe Xenon 131.29 9.5	55 Cs Cesium 132.90545 3.8939 5.2117	56 Ba Barium 137.327 5.2117	57 La Lanthanum 138.905 5.2117	58 Ce Cerium 140.116 5.2117	59 Pr Praseodymium 140.90765 5.2117	60 Nd Neodymium 144.24 5.2117	61 Pm Promethium (145)	62 Sm Samarium 150.36 5.2117	63 Eu Europium 151.964 5.2117	64 Gd Gadolinium 157.25 5.2117	65 Tb Terbium 158.92534 5.2117	66 Dy Dysprosium 162.50 5.2117	67 Ho Holmium 164.93032 5.2117	68 Er Erbium 167.259 5.2117	69 Tm Thulium 168.934 5.2117	70 Yb Ytterbium 173.054 5.2117	71 Lu Lutetium 174.967 5.2117	72 Hf Hafnium 178.49 6.8251	73 Ta Tantalum 180.9479 6.8251	74 W Tungsten 183.84 7.8335	75 Re Rhenium 186.207 7.8335	76 Os Osmium 190.23 8.4382	77 Ir Iridium 192.222 8.9670	78 Pt Platinum 195.078 8.9670	79 Au Gold 196.96655 9.2255	80 Hg Mercury 200.59 10.4375	81 Tl Thallium 204.3833 6.1082	82 Pb Lead 207.2 7.2855	83 Bi Bismuth 208.9804 7.2855	84 Po Polonium (209)	85 At Astatine (210)	86 Rn Radon (222)	87 Fr Francium (223)	88 Ra Radium (226)	89 Ac Actinium (227)	90 Th Thorium 232.0381 5.17	91 Pa Protactinium 231.03688 5.89	92 U Uranium 238.02891 6.1941	93 Np Neptunium 237 6.2657	94 Pu Plutonium 244 6.0260	95 Am Americium (243)	96 Cm Curium (247)	97 Bk Berkelium (247)	98 Cf Californium (251)	99 Es Einsteinium (252)	100 Fm Fermium (257)	101 Md Mendelevium (258)	102 No Nobelium (259)	103 Lr Lawrencium (260)

Based upon ^{12}C . () indicates the mass number of the most stable isotope.

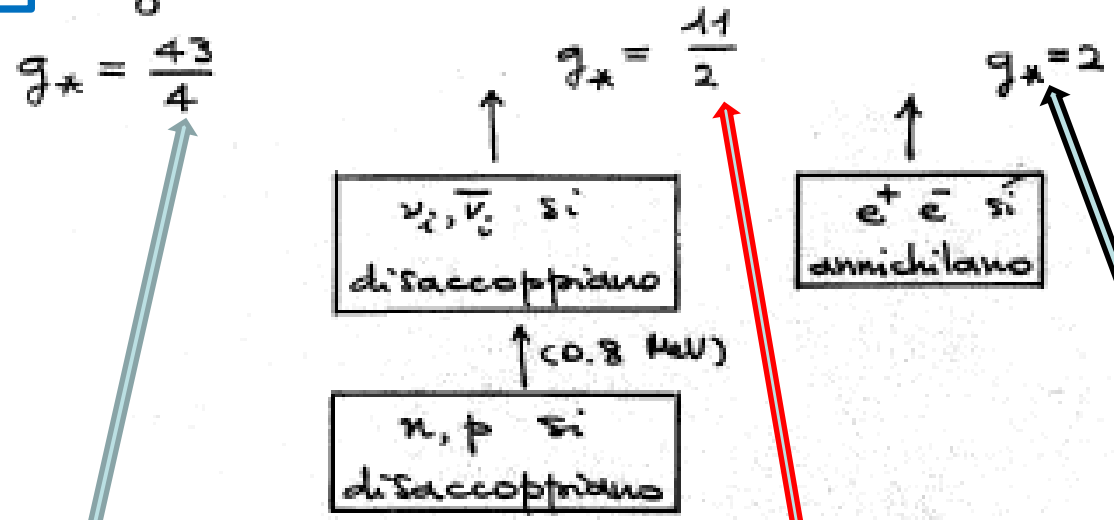
For a description of the data, visit physics.nist.gov/data



Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)



poco prima a $T \approx$ massa del μ erano presenti coppie di μ^+ e μ^-



$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

$\gamma \quad \nu_i, \bar{\nu}_i \quad e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

$\gamma \quad e^+, e^-$

$$g_* = g_{*s} = 2$$

γ

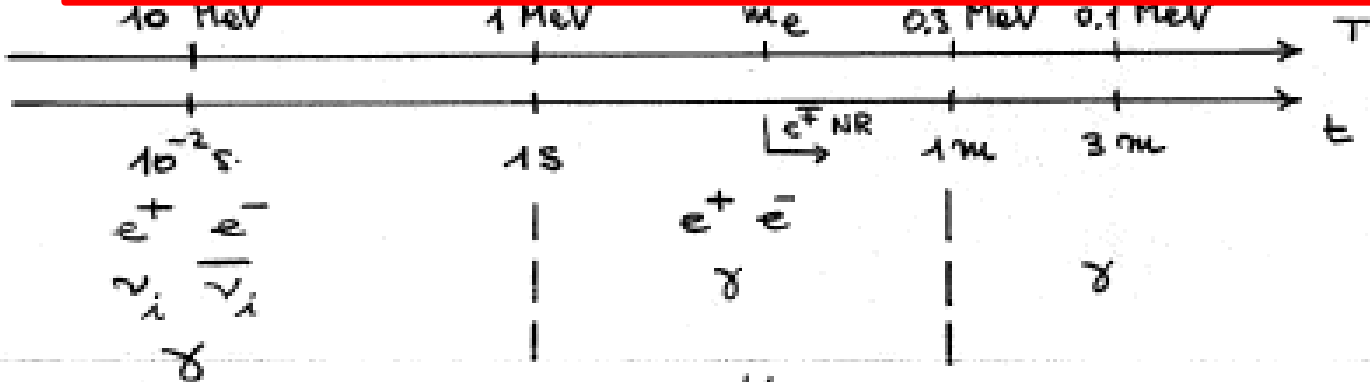
dalla conservazione dell'entropia

$$\frac{T}{T_\nu} = \left(\frac{g_{*s}(T_\nu)}{g_{*s}(T)} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{11}{4} \right)^{\frac{1}{3}} = 1.4$$

dalla temperatura della radiazione del fondo a microonde $T_0 = 2.73 \text{ K}$
si deduce che **il fondo fossile dei neutrini deve avere la temperatura**

$$T_\nu = 1.95 \text{ K}$$

$$T_\nu = T \quad \left| \quad T_\nu = (4/11)^{1/3} T \right.$$



$$g_* = \frac{43}{4}$$

$$g_* = \frac{11}{2}$$

$$g_* = 2$$

$\nu_i, \bar{\nu}_i$ si
disaccoppiano

$e^+ e^-$ si
annichilano

n, p si
disaccoppiano

\uparrow (0.8 MeV)

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (3 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{43}{4}$$

γ $\nu_i, \bar{\nu}_i$ e^+, e^-

$$g_* = g_{*s} = 2 + \frac{7}{8} \times (2 \times 2) = \frac{11}{2}$$

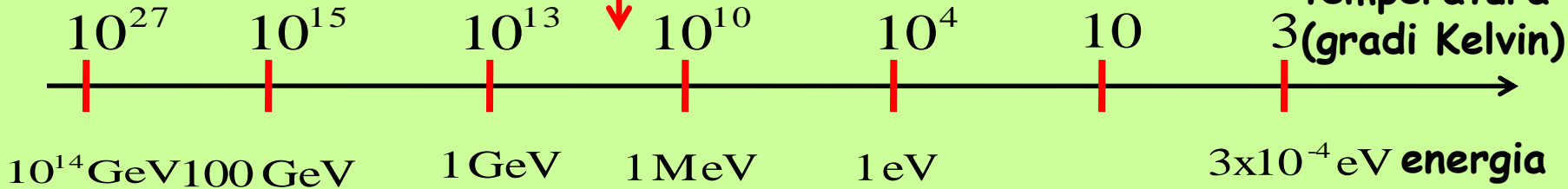
γ e^+, e^-

$$g_* = g_{*s} = 2$$

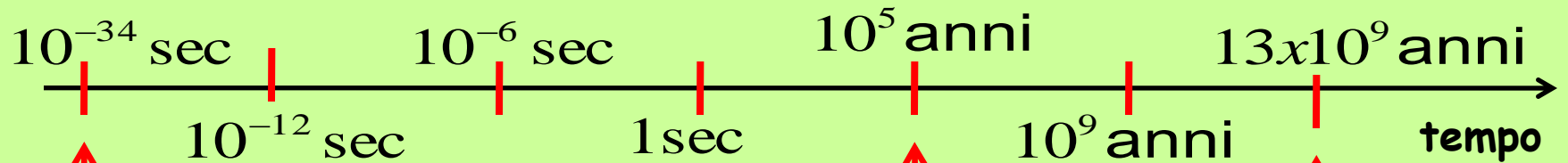
γ

(valori non in scala)

**B
I
G**



**B
A
N
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

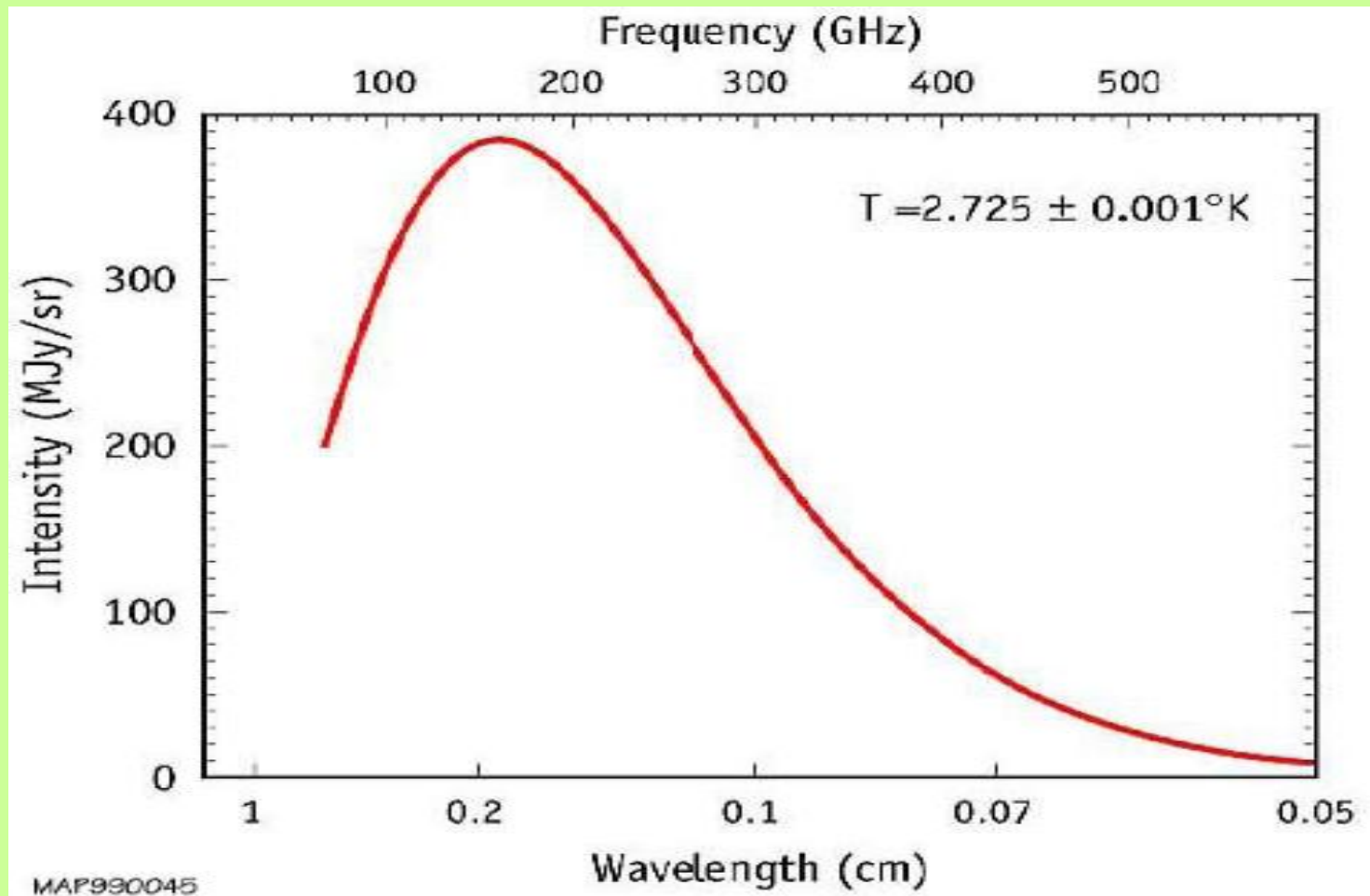
dominanza della materia
formazione degli atomi
disaccoppiamento
radiazione-materia CMB

formazione della nostra galassia

ADESSO

1 GeV \cong energia di riposo del protone \longleftrightarrow 10^{13} gradi Kelvin

La distribuzione in frequenza del fondo cosmico a microonde (CMB) e' quella di un corpo nero alla temperatura di 2.73 gradi Kelvin



Primi segnali della CMB misurati da Arno Penzias e Robert Wilson (1964)
CMB predetta da Ralph Alpher, George Gamow e Robert Herman (fine '40)

tornando indietro, verso temperature superiori, si ha, per esempio, che nell'intervallo di energia

$$m_{\pi} \geq T \geq m_{\mu}$$

le particelle relativistiche presenti nel plasma sono

$$\gamma, \nu_i \bar{\nu}_i, e^- e^+, \mu^- \mu^+$$

e quindi i **gradi di libertà** sono

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} (3 \times 2 + 2 \times 2 + 2 \times 2) = \frac{57}{4}$$

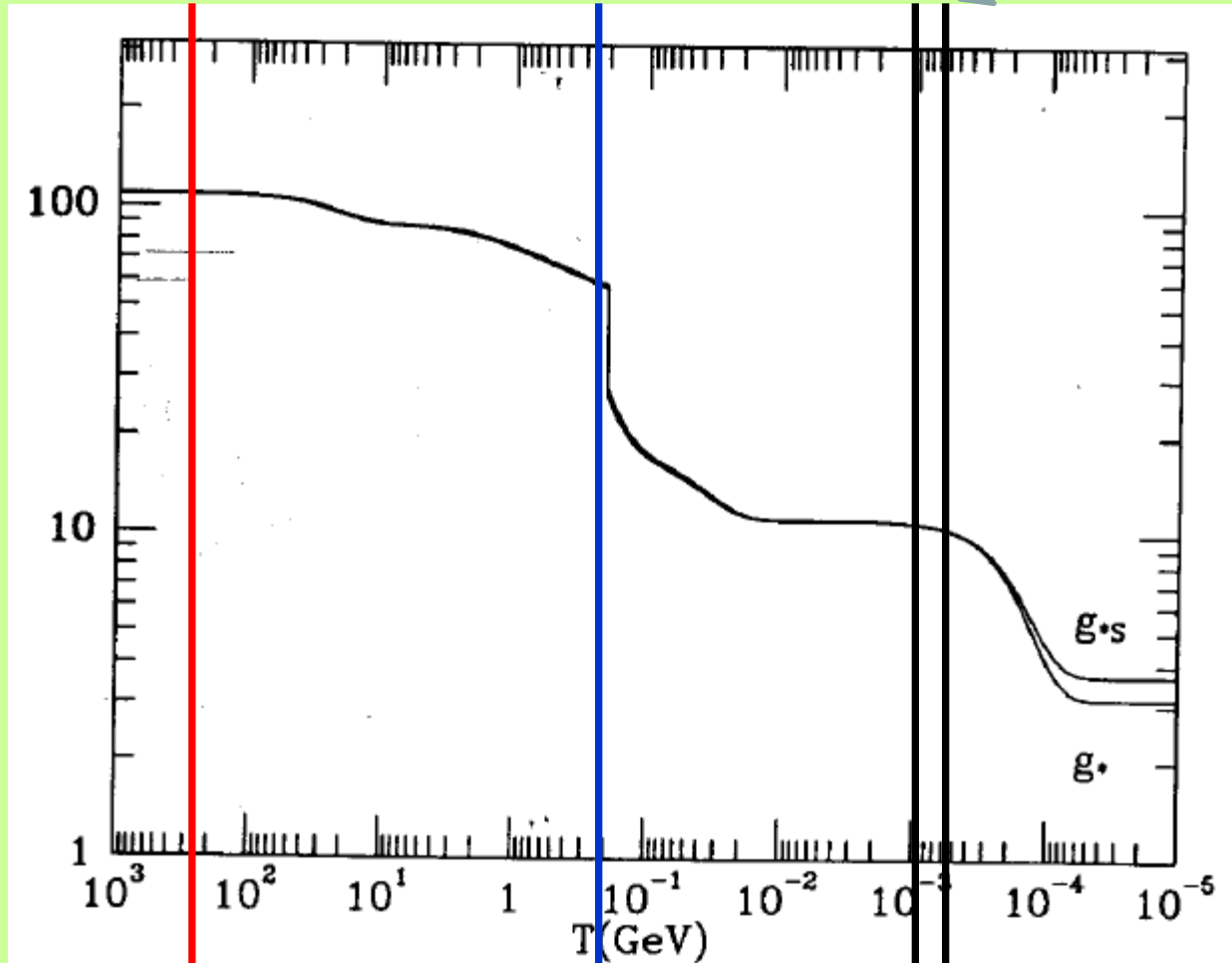
Temperature	New Particles	$4N(T)$
$T < m_e$	γ 's + ν 's	29
$m_e < T < m_\mu$	e^\pm	43
$m_\mu < T < m_\pi$	μ^\pm	57
$m_\pi < T < T_c^\dagger$	π 's	69
$T_c < T < m_{\text{strange}}$	π 's + u, \bar{u}, d, \bar{d} + gluons	205
$m_s < T < m_{\text{charm}}$	s, \bar{s}	247
$m_c < T < m_\tau$	c, \bar{c}	289
$m_\tau < T < m_{\text{bottom}}$	τ^\pm	303
$m_b < T < m_{W,Z}$	b, \bar{b}	345
$m_{W,Z} < T < m_{\text{Higgs}}$	W^\pm, Z	381
$m_H < T < m_{\text{top}}$	H^0	385
$m_t < T$	t, \bar{t}	427

Gradi di libertà

annichilazione
elettroni
positroni

$g_{*s}(T)$

$g_*(T)$



rottura simmetria
elettrodebole

transizione
quark adroni

disaccoppiamento
neutrini

All'epoca attuale le sole particelle del cosiddetto Modello Standard della fisica delle particelle presenti nell'Universo sono:

elettroni, protoni e neutroni (strutture nucleari e atomiche)

fotoni del fondo cosmico a microonde a 2.73 gradi Kelvin

**neutrini di 3 tipi in un fondo cosmico a 1.96 gradi Kelvin
(fondo non ancora misurato)**

DATI OSSERVATIVI

Costante di Hubble

Da Hubble Space Telescope: $H_0 = 72.0 \pm 3.0 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

Da Planck Collaboration (CMB): $H_0 = 67.8 \pm 0.9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$

media approssimata: $H_0 \cong 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ **ossia**

$$h \equiv H_0 / (100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}) \cong 0.7; \quad h^2 \cong \frac{1}{2}$$

Densità frazionarie di energia/materia
(da varie osservazioni, prevalentemente CMB)

$$\Omega_\gamma < 10^{-4}$$

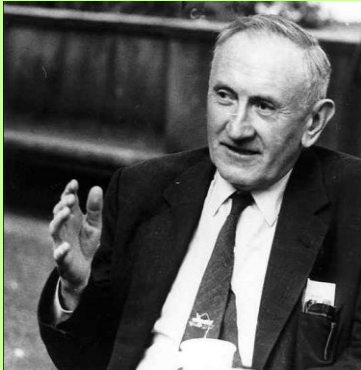
$$\Omega_\nu \leq 1.3 \times 10^{-3}$$

$$\Omega_b \cong 0.05$$

$$\Omega_m \cong 0.31$$

$$\Omega_\Lambda \cong 0.69$$

La **materia barionica** rappresenta solo **un sesto** della materia presente nell'Universo: **un enigma che ha una lunga storia**

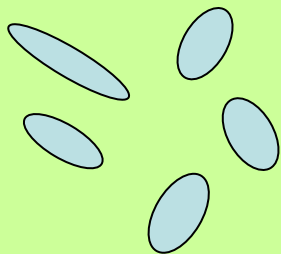


Fritz Zwicky, 1933

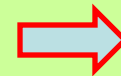


Ammasso galattico COMA

La massa visibile è **insufficiente** a spiegare le velocità osservate



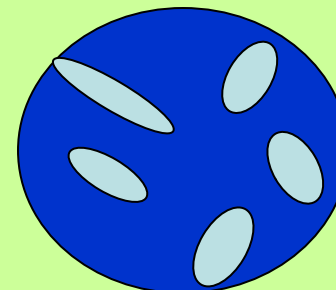
distribuzione di velocità delle galassie



massa totale dell'ammasso -
massa visibile

massa mancante

deve esistere della massa associata alla materia oscura

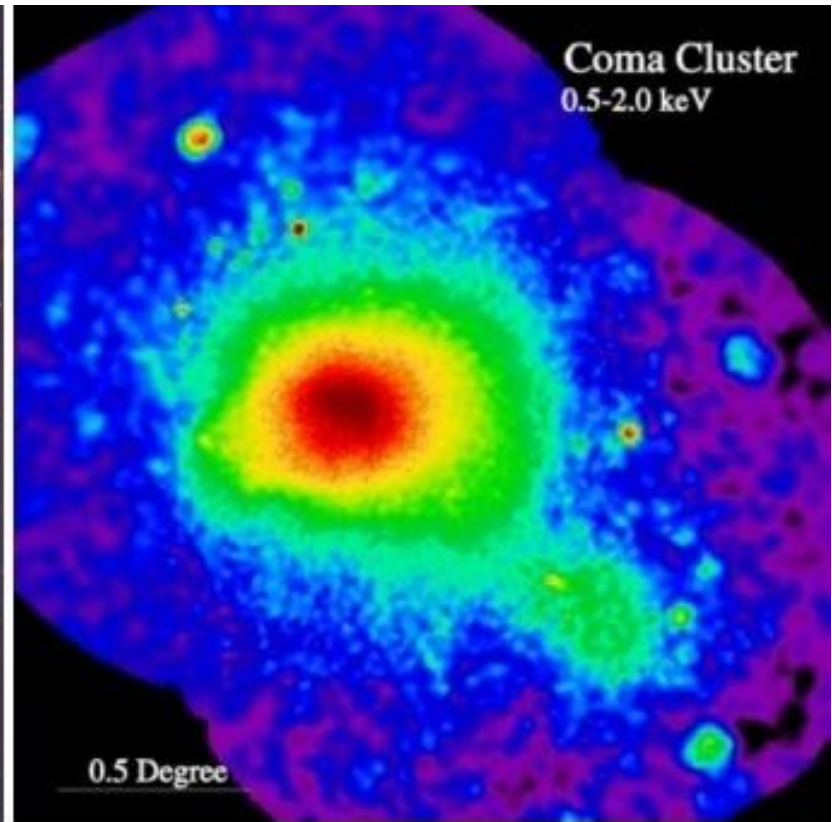


Ammasso Coma

immagine nell'ottico

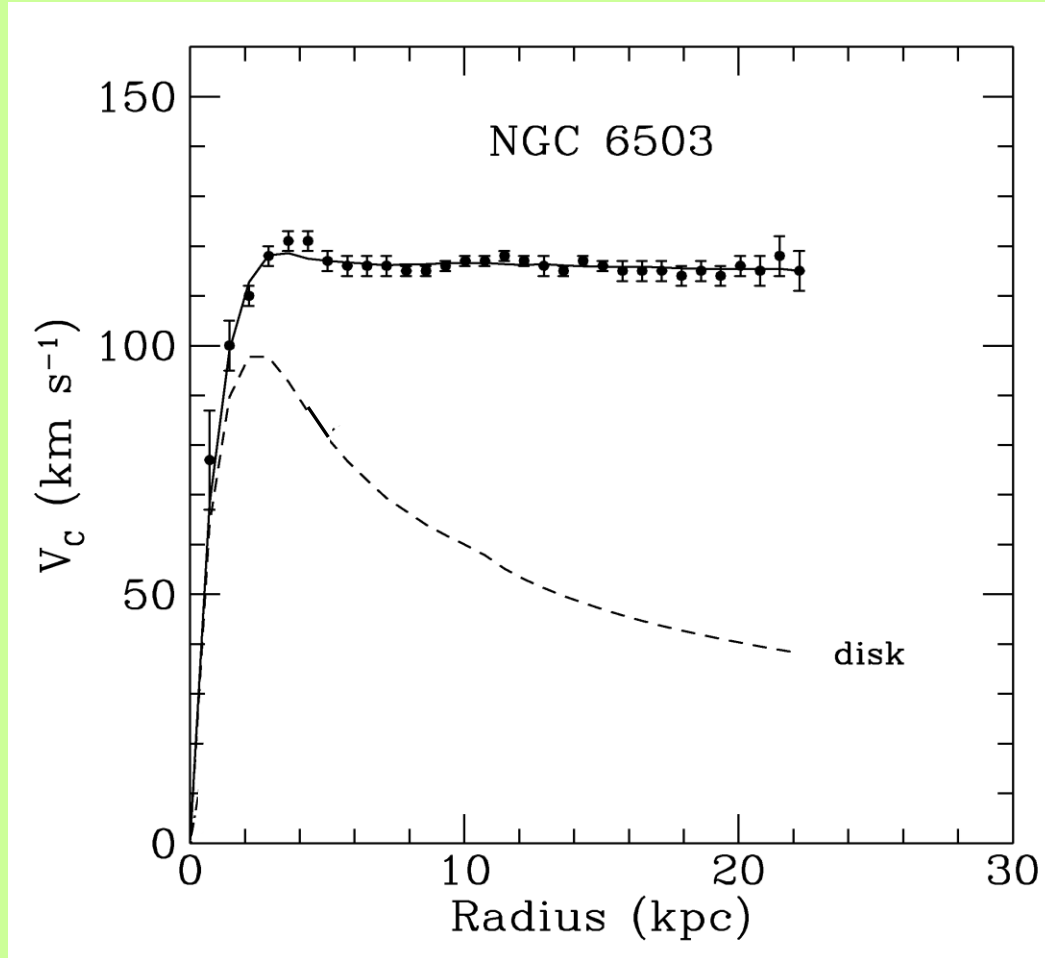


immagine a raggi-X
satellite ROSAT



senza la presenza della materia, il gas caldo evaporerebbe

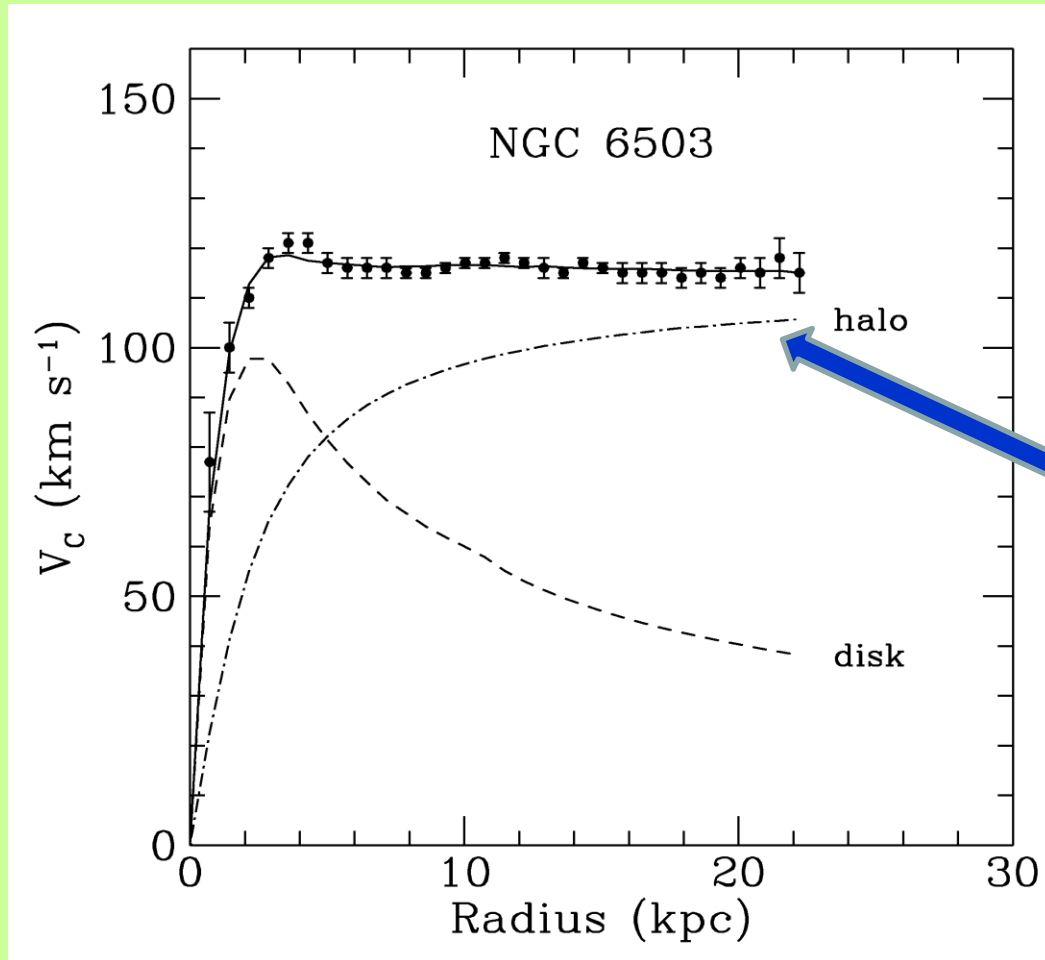
Curve rotazionali delle galassie



Vera Rubin

Curva rotazionale della Galassia NGC 6503

Curve rotazionali delle galassie

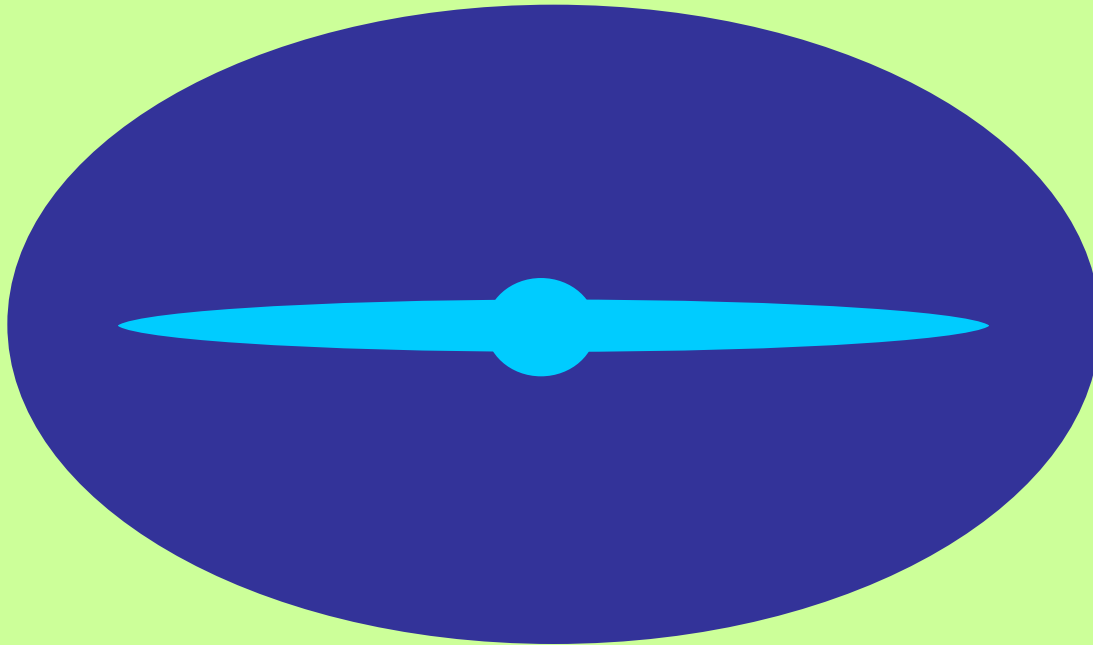


Vera Rubin

alone di
materia oscura

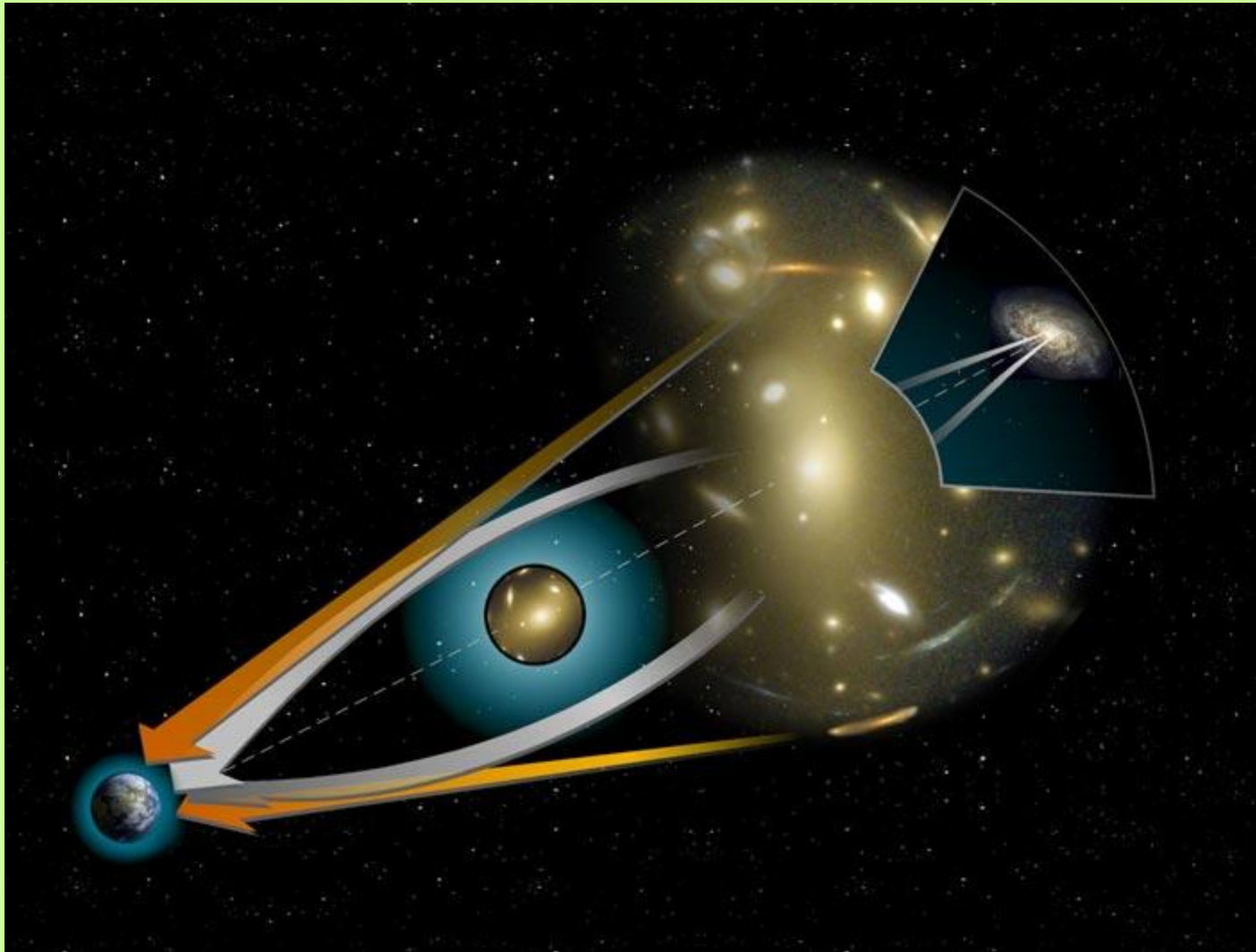
Curva rotazionale della Galassia NGC 6503

Alone di materia oscura

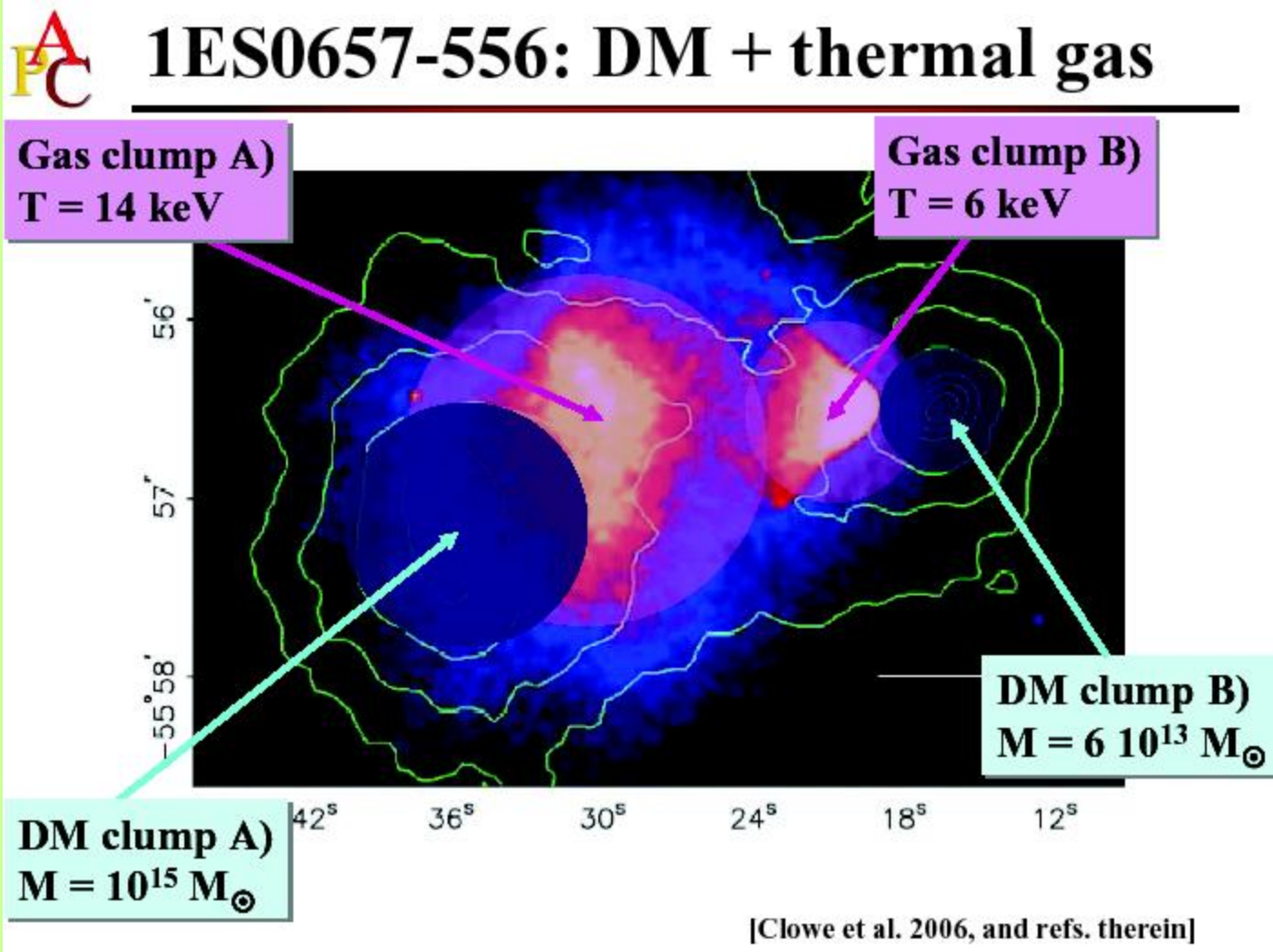


la nostra galassia vista di taglio

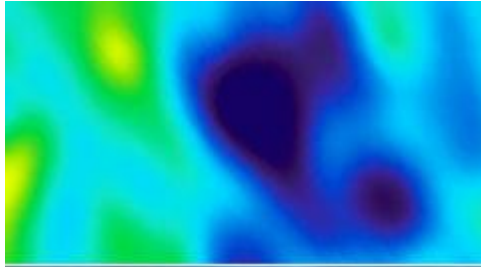
Lente gravitazionale



Urto di due ammassi galattici avvenuto circa 100 milioni di anni fa.
Bullet cluster



distanza tra i due centri di circa 720.000 parsec
velocita' relativa 4.700 km al secondo



Fluttuazioni primordiali



Crescita delle fluttuazioni per effetto gravitazionale



Qui e' fondamentale la presenza della materia oscura



Formazione di strutture



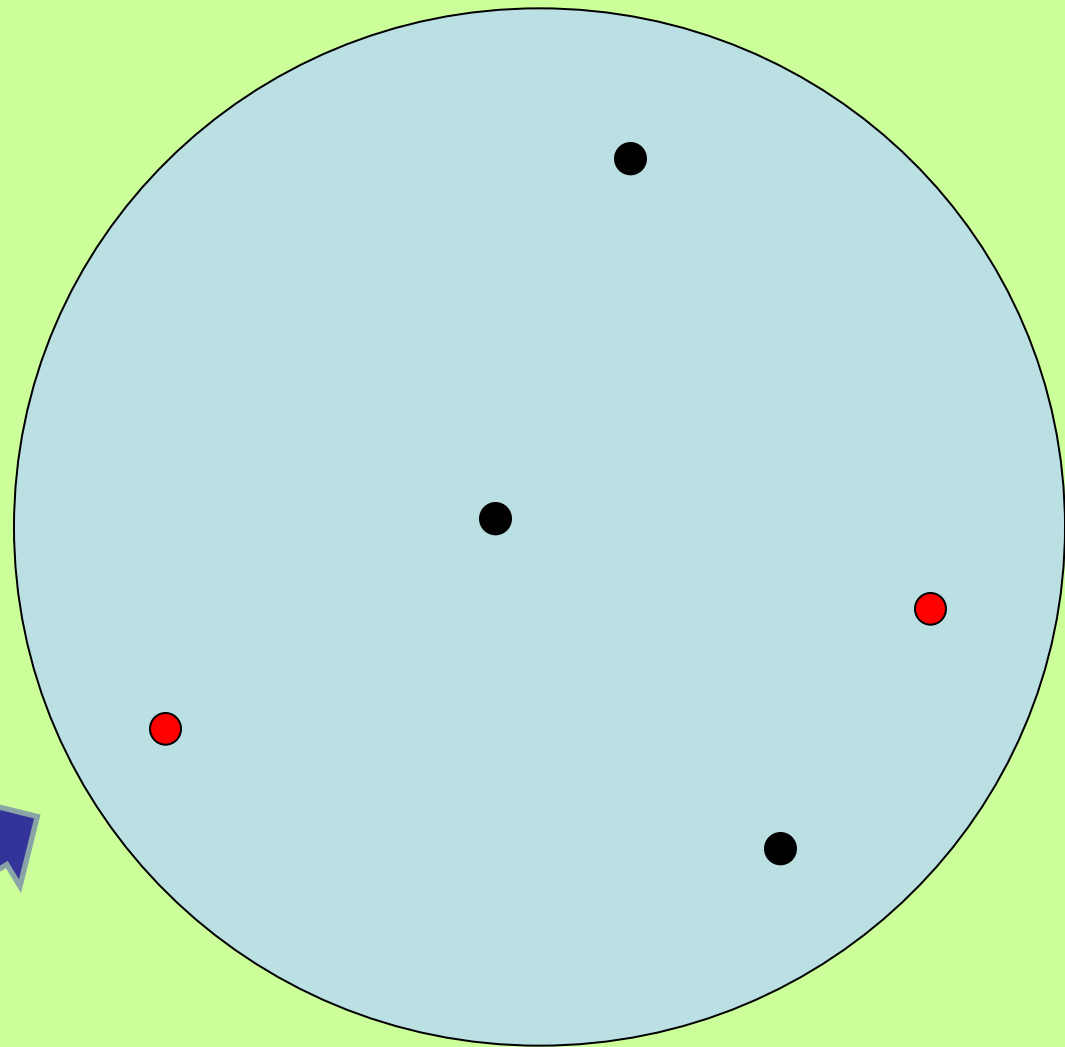
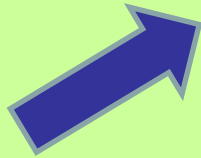
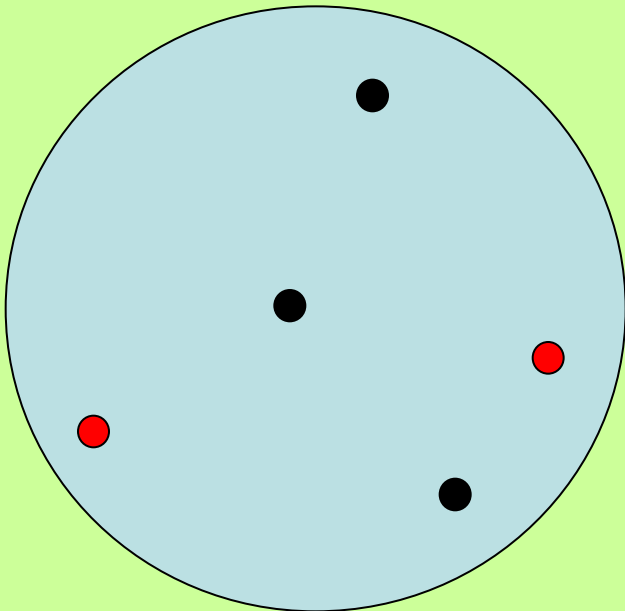
(galassie, ammassi di galassie)

come si e' generata la materia oscura ?

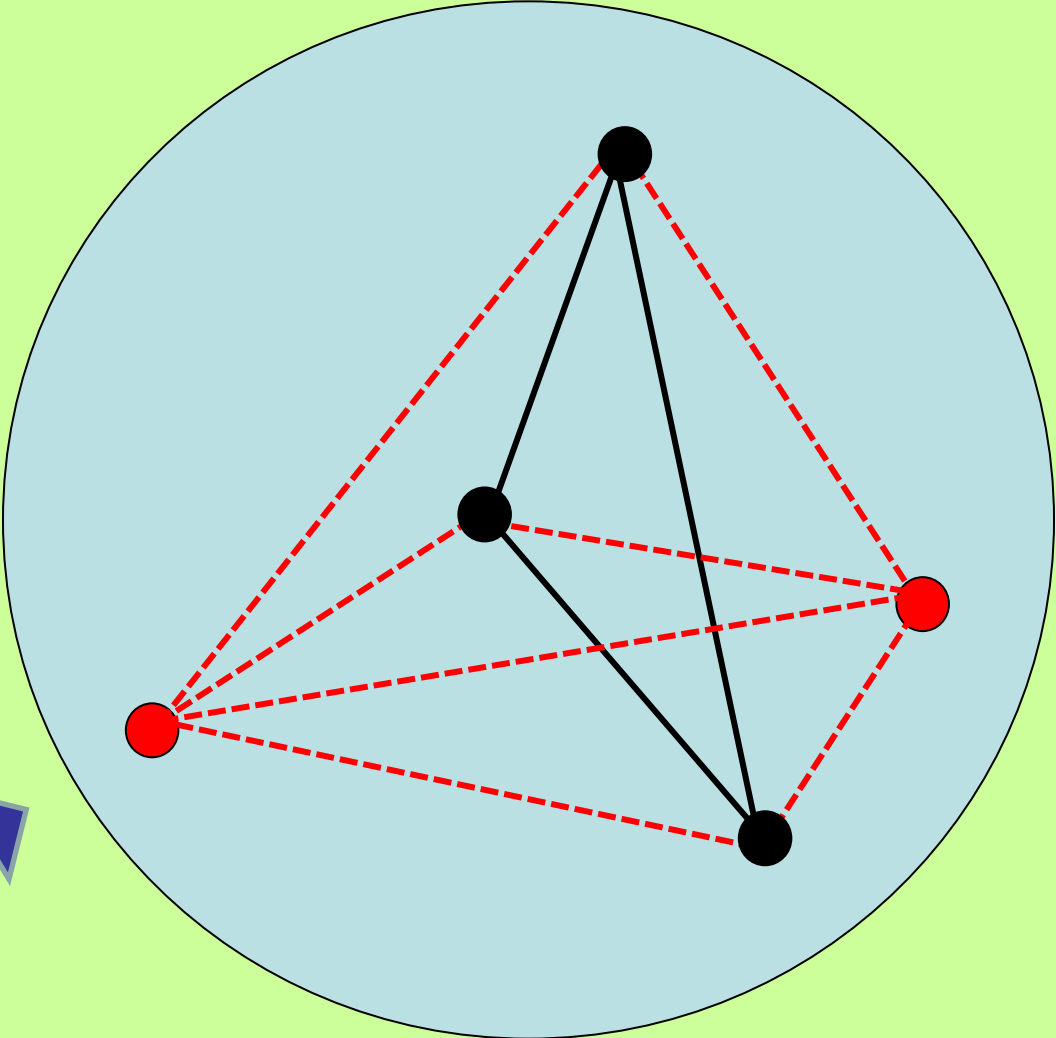
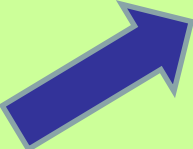
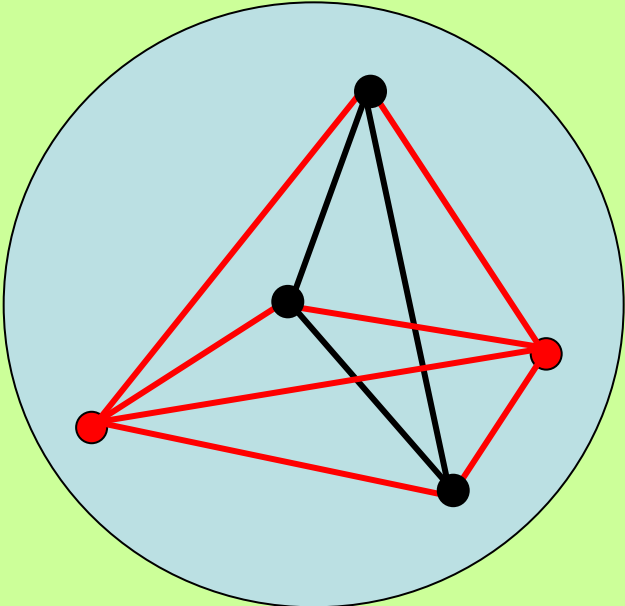


disaccoppiamento delle particelle dal plasma primordiale

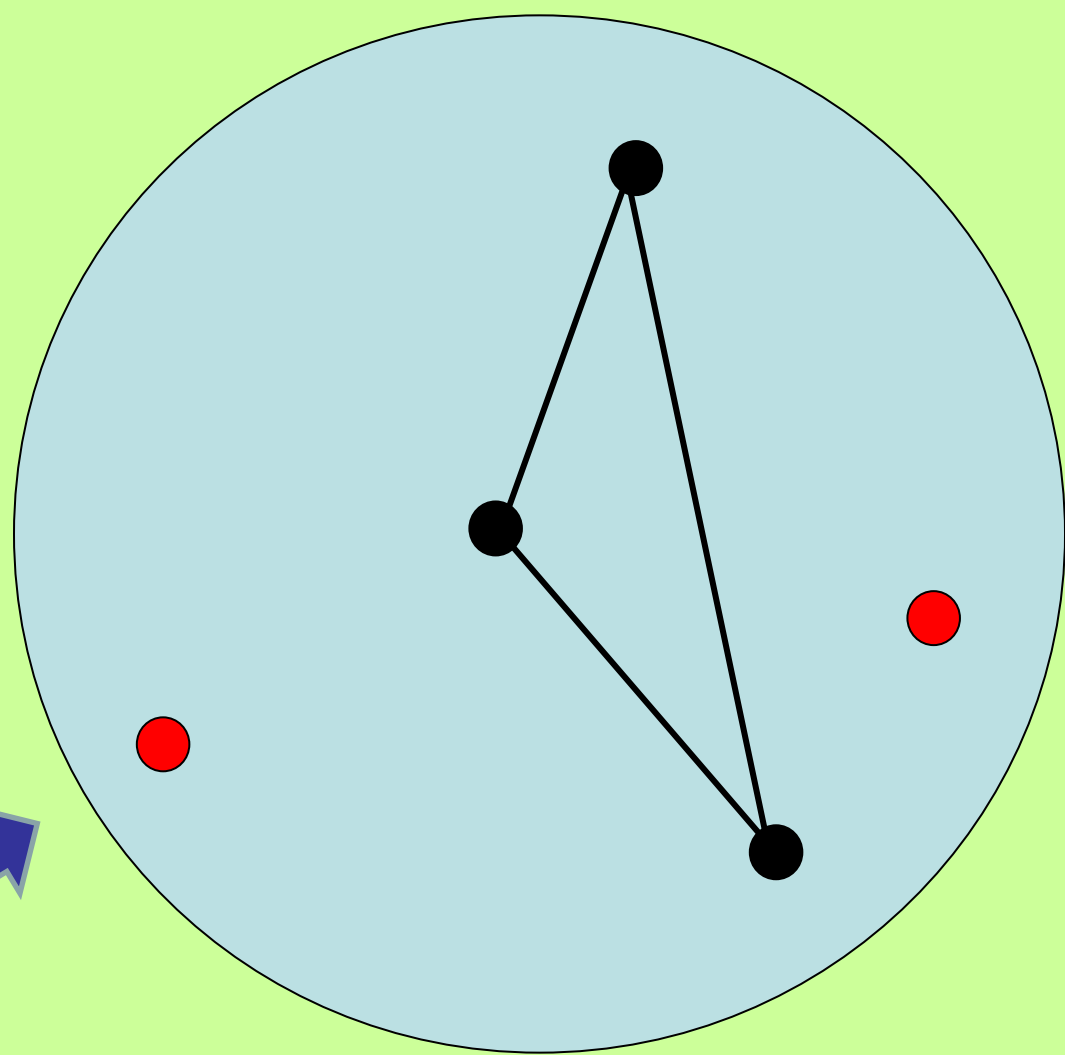
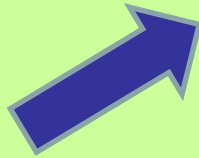
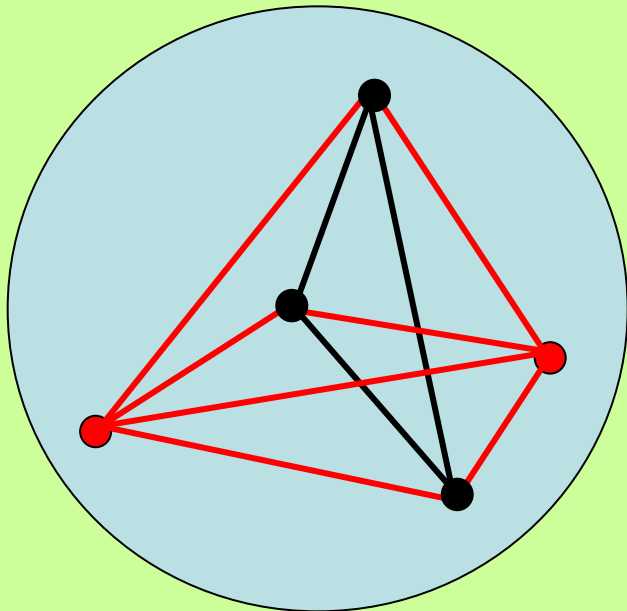
l'Universo si espande:
le distanze relative tra
coppie di particelle
aumentano di uno
stesso fattore



le interazioni si affievoliscono
nel corso dell'espansione, fino
a che ...

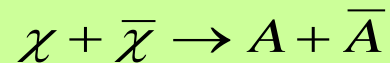
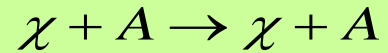


le interazioni si affievoliscono
nel corso dell'espansione, fino
a che alcune particelle si
disaccoppiano dal plasma



le particelle disaccoppiate non partecipano
piu' all'equilibrio del plasma, pur partecipando
all'espansione dell'Universo

Nel plasma primordiale l'equilibrio tra le diverse specie di particelle è mantenuto dalle mutue interazioni tra particelle, per esempio per la **specie χ**



★ il **tasso di interazione** (numero di eventi nell'unità di tempo) è dato da

$$\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$$

dove v è la velocità relativa della coppia di particelle e σ è la sezione d'urto

$$\sigma = \frac{\text{probabil. per unità di tempo}}{\text{flusso}}$$

★ l'Universo **si espande con un tasso** dato da H

una specie rimane in **equilibrio** finchè $\Gamma_{\text{int}} \geq H$

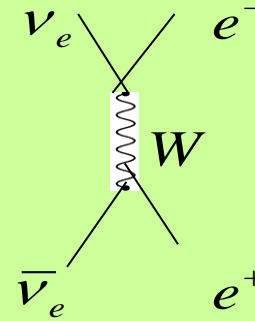
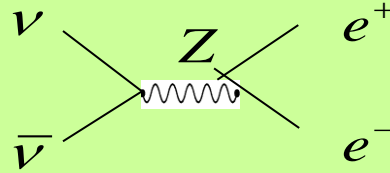
la specie si **disaccoppia** dal plasma e diventa una **particella fossile** quando

$$\Gamma_{\text{int}} < H$$

Disaccoppiamento dei neutrini

★ determinazione di $\Gamma_{\text{int}} = n \sigma v$

processi deboli



$$\frac{f_W^2}{m_W^2} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}$$

$$G_F \cong \frac{10^{-5}}{m_p^2}$$

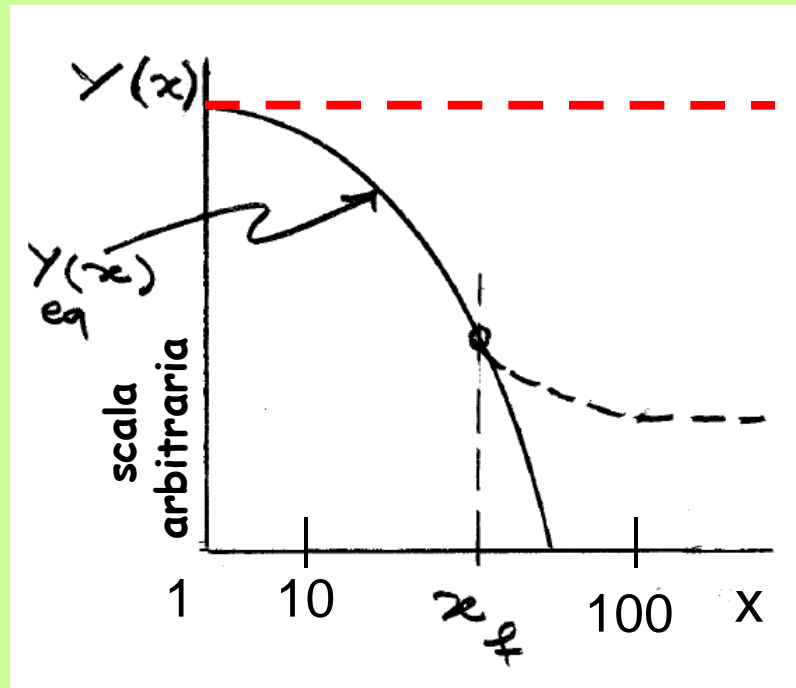
$$\left. \begin{array}{l} n \cong T^3 \\ \langle \sigma \rangle \cong G_F^2 E_{\text{CM}}^2 \cong G_F^2 T^2 \end{array} \right\} \Gamma_{\text{int}} = n \sigma v \cong G_F^2 T^5$$

★ costante di Hubble (con dominanza della radiazione)

$$H \cong \frac{T^2}{m_{\text{Planck}}} \quad (m_{\text{Planck}} = 1.2 \times 10^{19} \text{ GeV})$$

$$\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H} \cong \frac{G_F^2 T^5}{T^2 / m_{\text{Planck}}} = m_{\text{Planck}} G_F^2 T^3 \cong 10^{19} \text{ GeV} \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-4} T^3 \cong \left(\frac{T}{1 \text{ MeV}} \right)^3$$

quindi i neutrini si disaccoppiano alla temperatura di circa 1 MeV



← particella calda

← particella fredda

$Y(x)$ = numero di particelle nel volume comoviente

$$x \equiv \frac{m}{T}, \quad x_f \text{ valore di } x \text{ al disaccoppiamento}$$

se al disaccoppiamento $x < m/T$, la particella è **relativistica (calda)**

se al disaccoppiamento $x > m/T$, la particella è **non-relativistica (fredda)**

Abbondanze fossili per candidati caldi e freddi

abbondanza fossile dei neutrini

$$\Omega_\nu h^2 = \frac{\sum_i m_i}{93 \text{ eV}}$$

dallo studio delle oscillazioni dei neutrini solari e di quelli atmosferici si ha $\sum_i m_i \leq 0.06 \text{ eV}$ e quindi

$$\Omega_\nu h^2 \leq 6.5 \times 10^{-4}$$

Per i candidati freddi dall'equazione di Boltzmann

$$\frac{dn_\chi}{dt} + 3Hn_\chi = - \langle \sigma_{ann} v \rangle (n_\chi^2 - n_{\chi,eq}^2)$$

si ricava

$$\Omega_\chi h^2 \cong \frac{1}{g_*^{1/2}(x_f)} \frac{3.3 \times 10^{-38} \text{ cm}^2}{\langle \sigma v \rangle_{int}}$$

dove $\langle \sigma v \rangle_{int} \equiv \frac{1}{m} \int_0^{T_f} dT \langle \sigma v \rangle$

Il valore di x_f si ricava numericamente

Un esempio di candidato freddo (esercizio)

$$m \cong 100 \text{ GeV}, \quad g = 2, \quad \langle \sigma v \rangle_{x_f} \cong 5 \times 10^{-37} \text{ cm}^2$$

Dalla condizione di disaccoppiamento

$$\left(\frac{\Gamma_{\text{int}}}{H}\right)_{x_f} \cong 1$$

si trova numericamente $x_f \cong 20$ e quindi

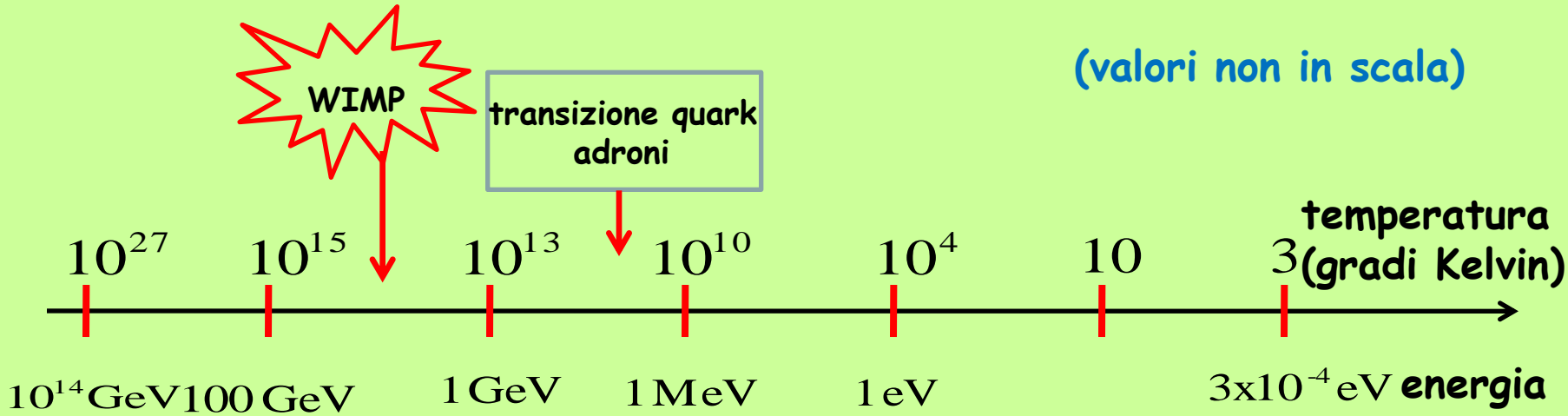
$$T_f = \frac{m}{x_f} \cong 5 \text{ GeV} \quad \Rightarrow \quad g_*(x_f = 20) \cong 80$$

da cui $\Omega_\chi h^2 \cong 0.15$

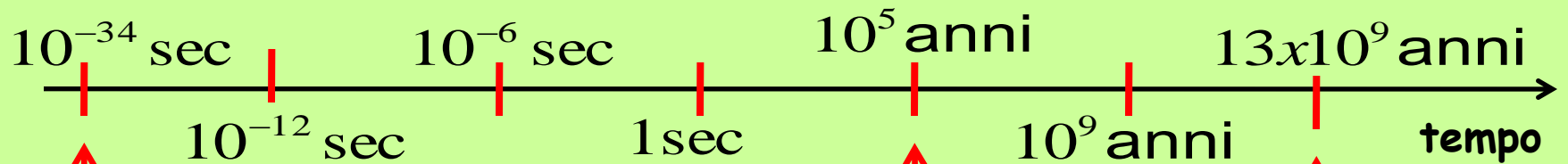
Quindi questo **ipotetico candidato** fornirebbe una **grande abbondanza fossile**

(valori non in scala)

**B
I
G**



**B
A
N
G**



fine della grande unificazione

fine della unificazione elettrodebole

nucleosintesi

dominanza della materia
formazione degli atomi
disaccoppiamento
radiazione-materia CMB

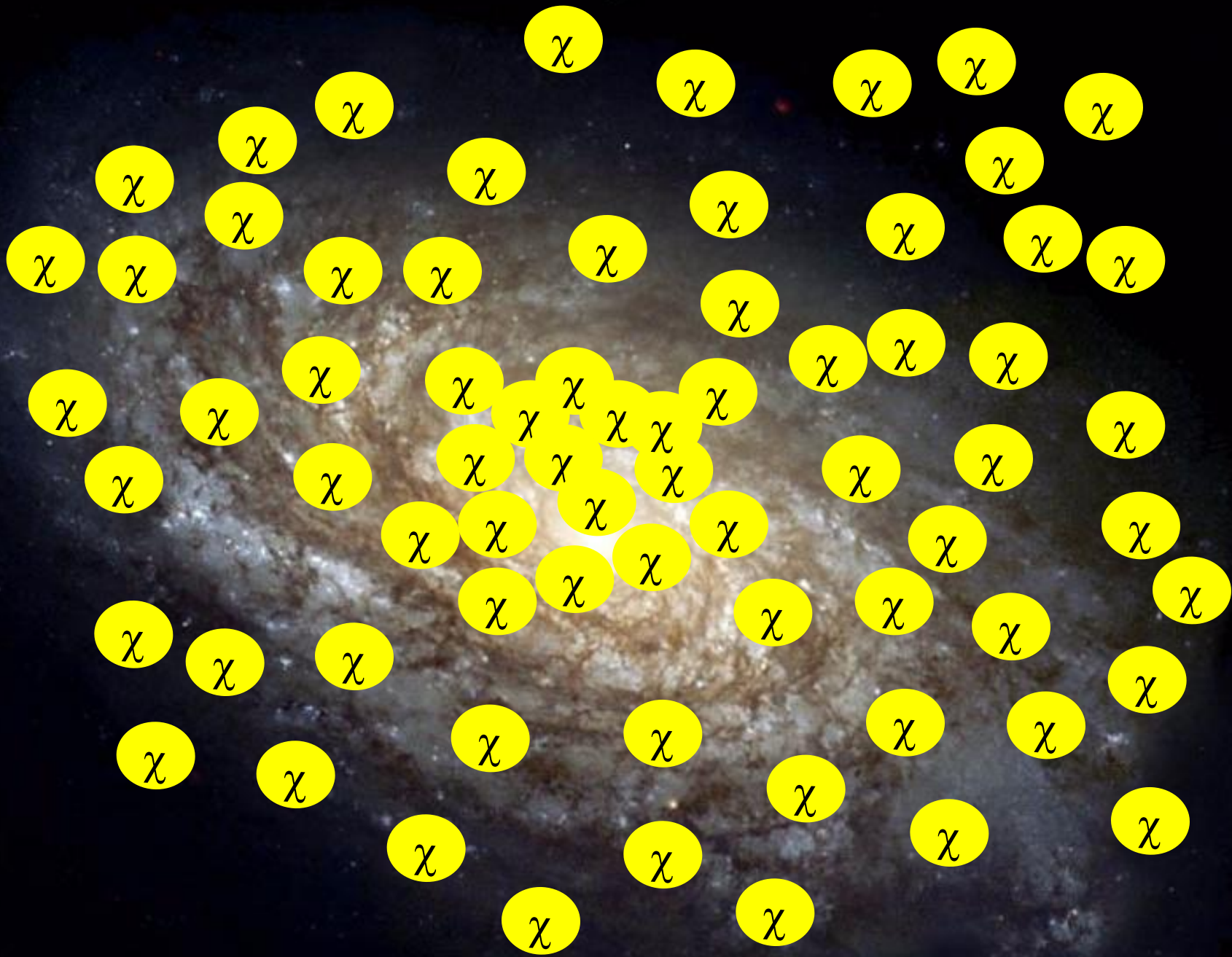
formazione della nostra galassia

ADESSO

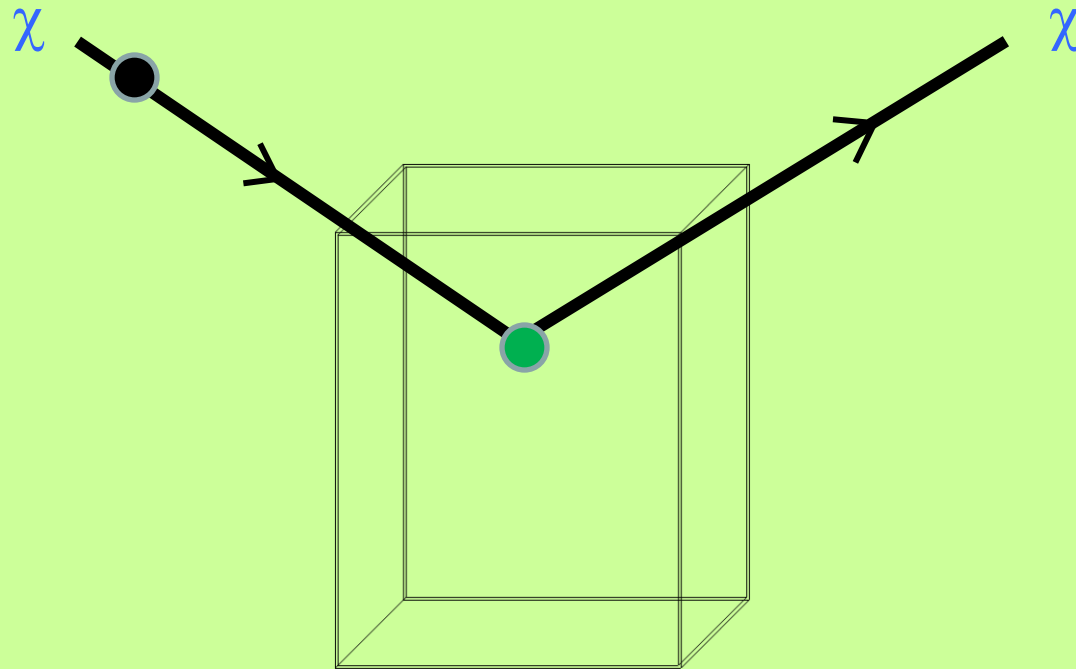
1 GeV \cong energia di riposo del protone \longleftrightarrow 10^{13} gradi Kelvin

**Misure dirette e misure indirette
di particelle oscure**



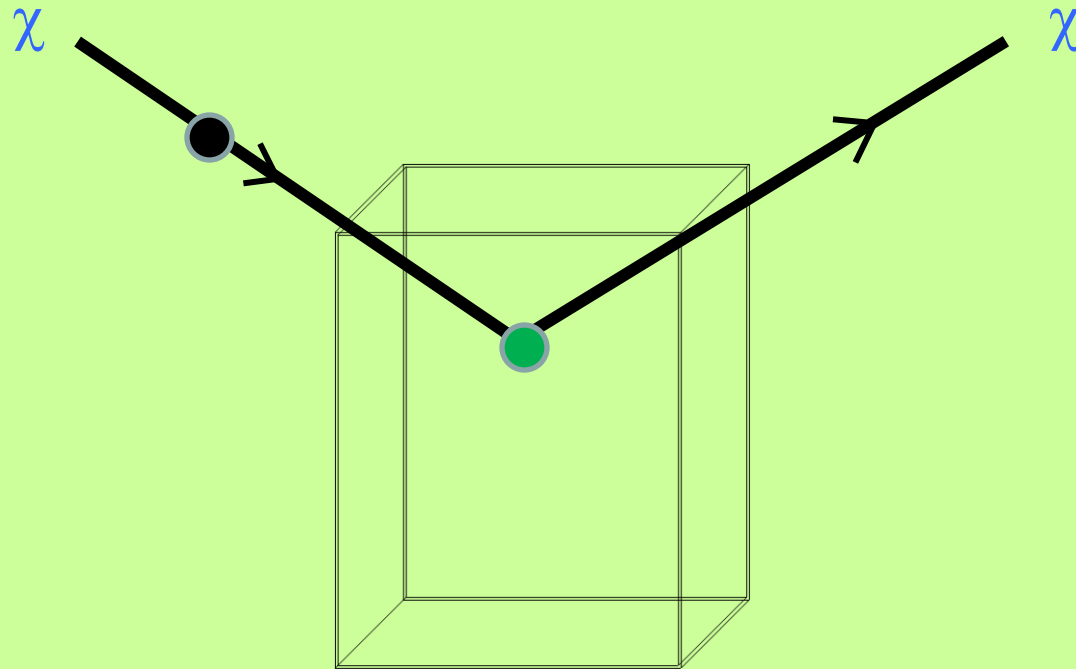


Misure dirette di WIMP



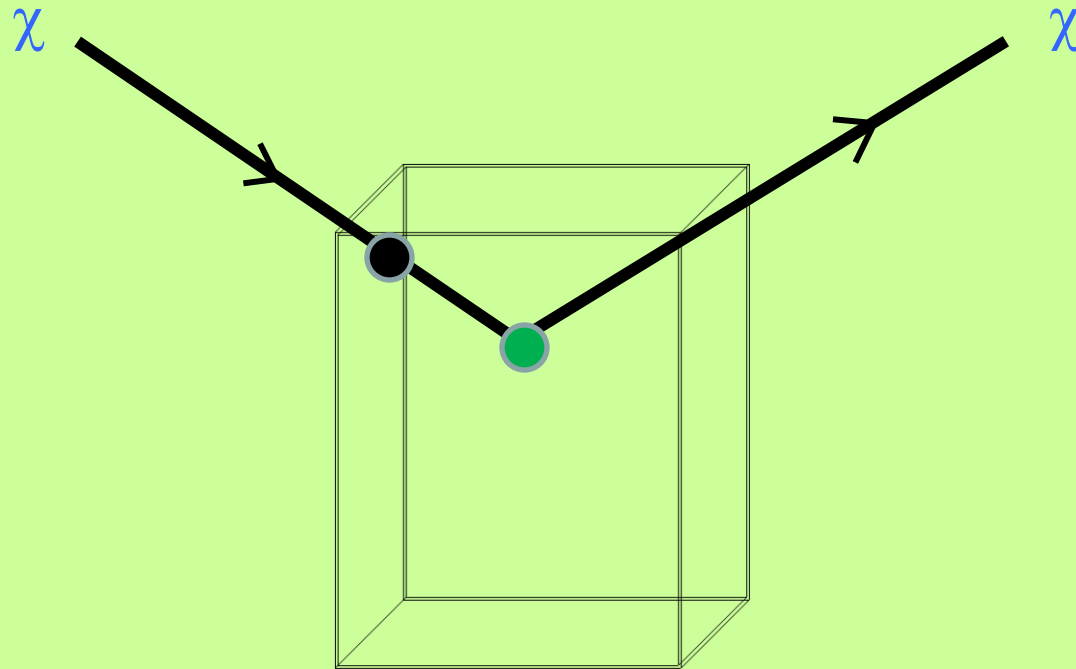
misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP



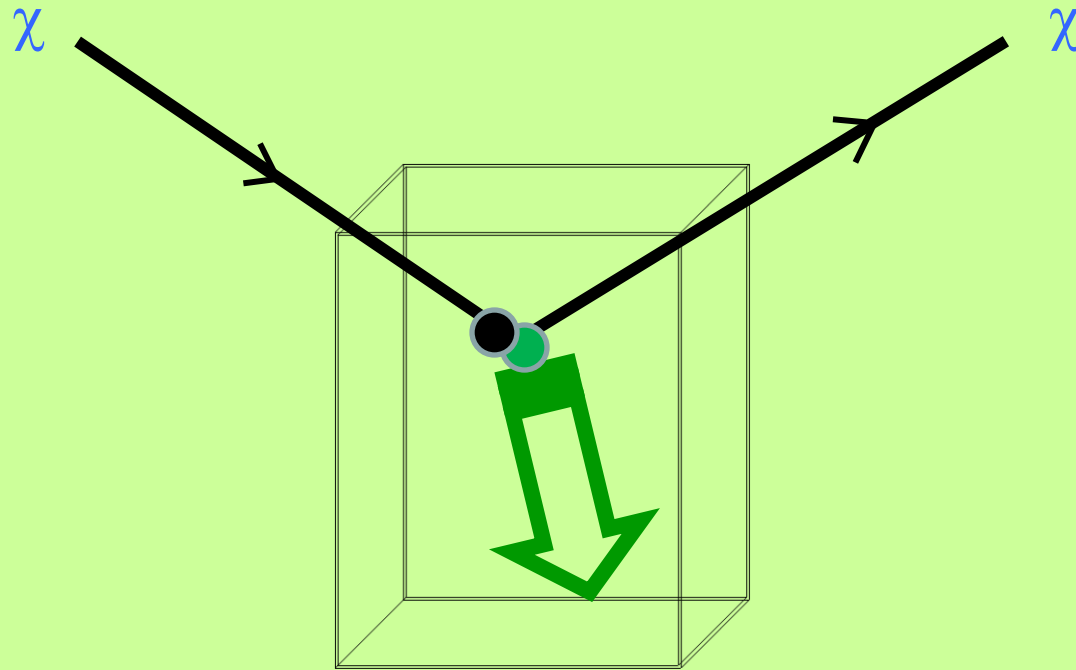
misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP



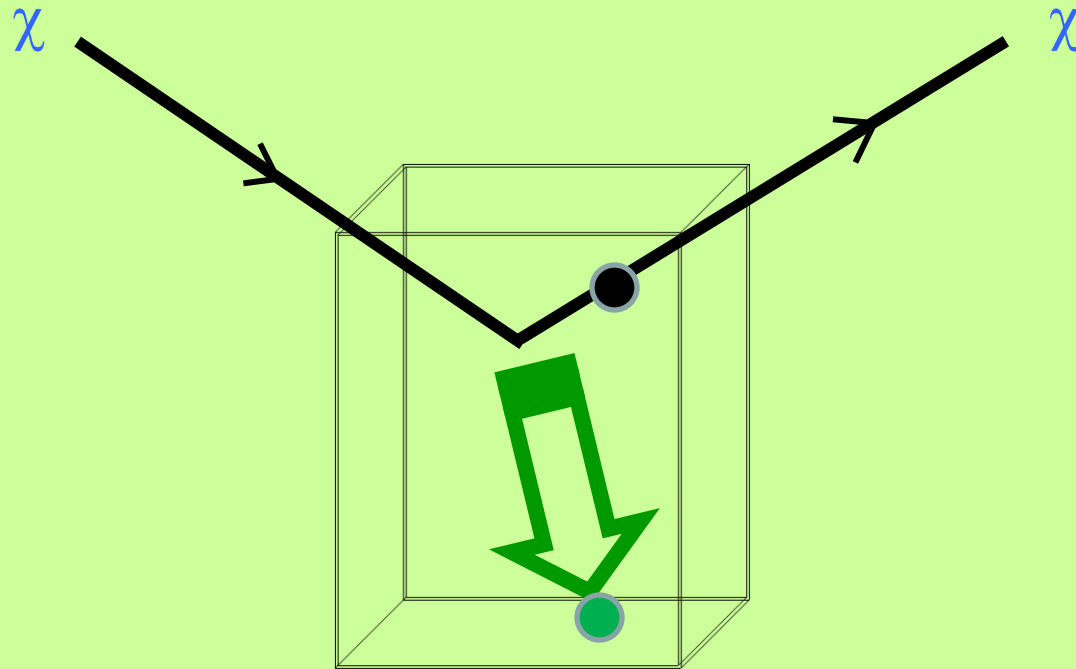
misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP



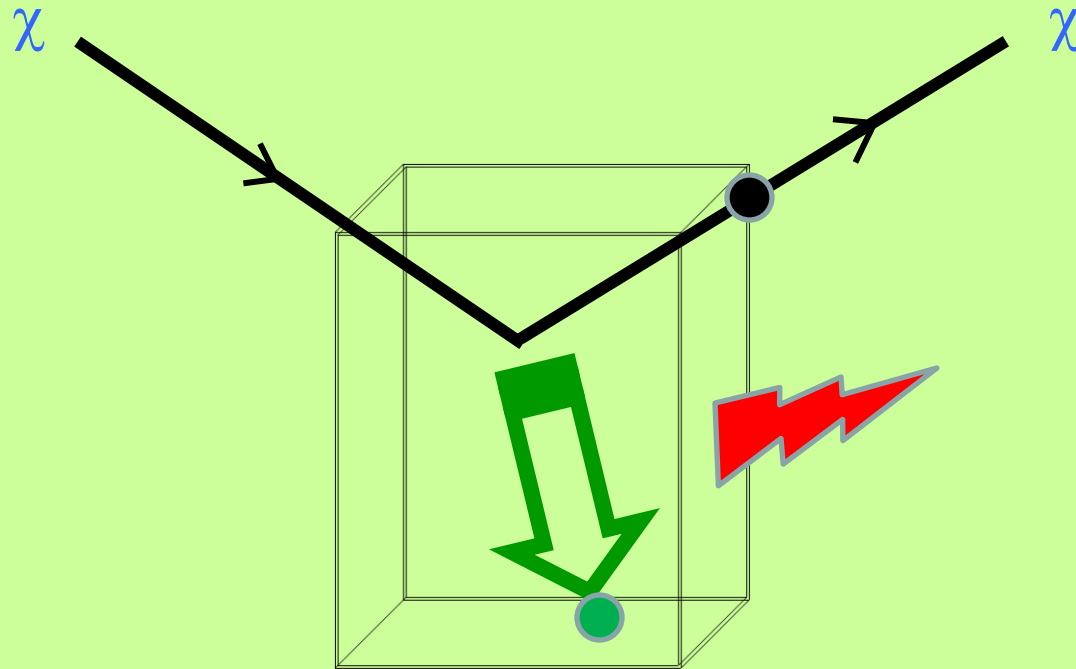
misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP



misura di rinculo nucleare

Misure dirette di WIMP

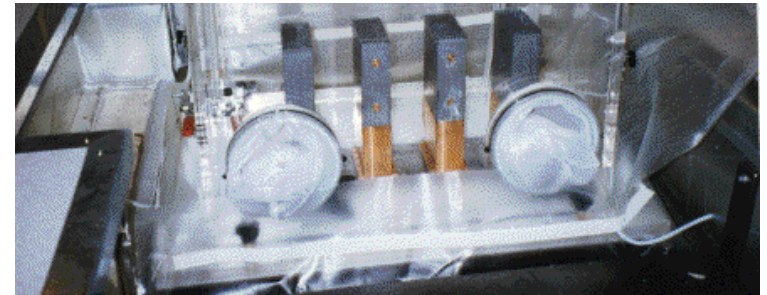


misura di rinculo nucleare

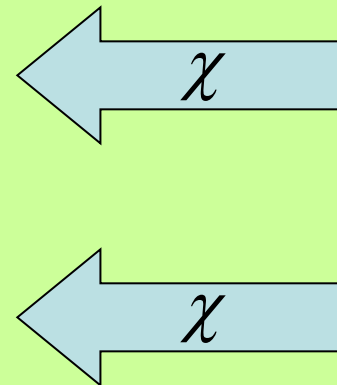
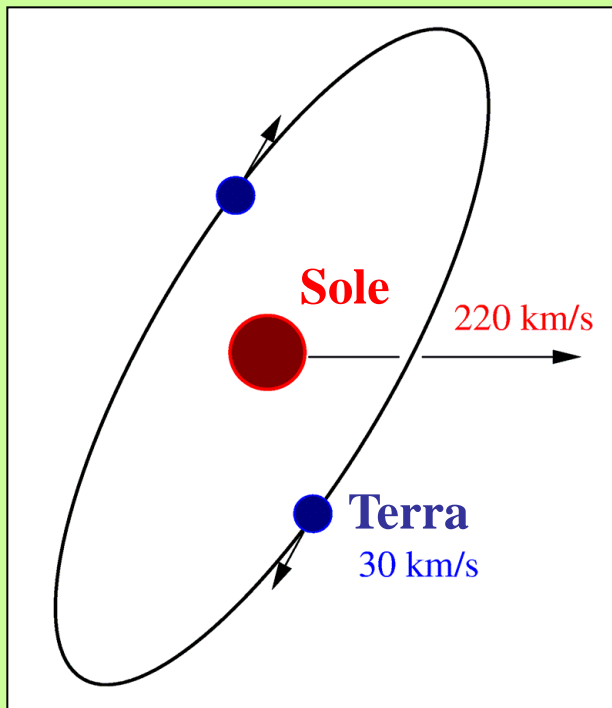
Ricerche in luoghi protetti dalla radiazione cosmica



Esperimento DAMA



Laboratori Nazionali del Gran Sasso



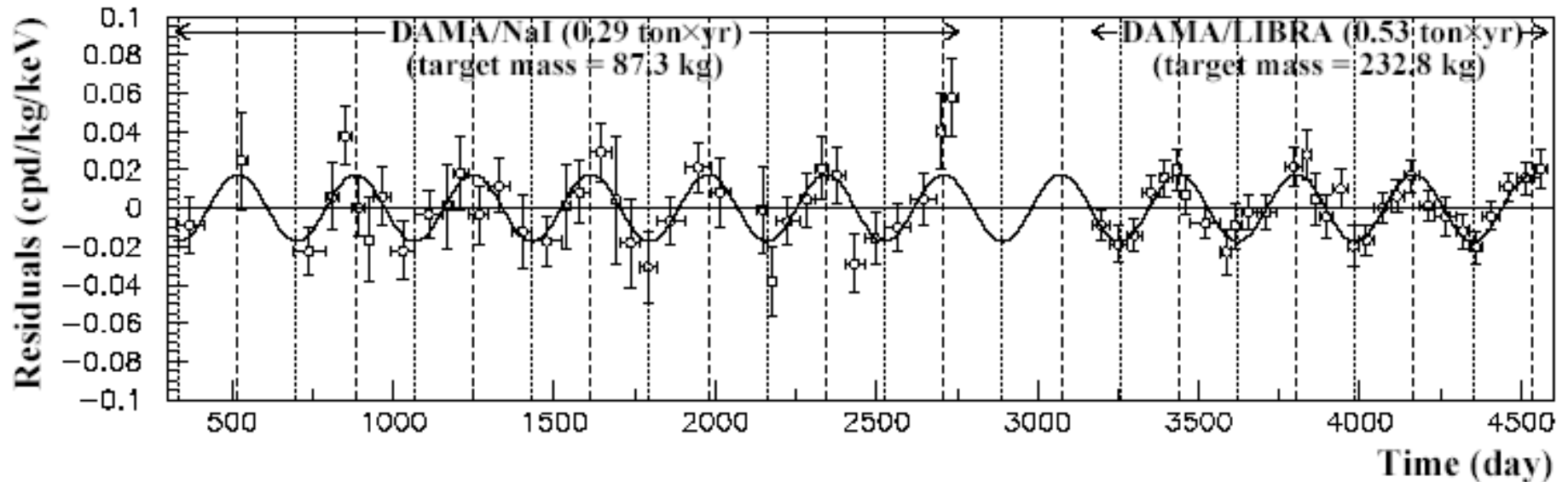
Moto del sistema solare
rispetto alle particelle
dell'alone oscuro

Variazione annuale del segnale



Esperimento DAMA presso il Laboratorio Nazionale del Gran Sasso dell'Istituto Nazionale di Fisica Nucleare

Osservata una variazione annuale del segnale su di un periodo complessivo di 11 anni



Gli altri esperimenti di misura diretta di materia oscura particellare forniscono solo limiti superiori sulla grandezza misurata

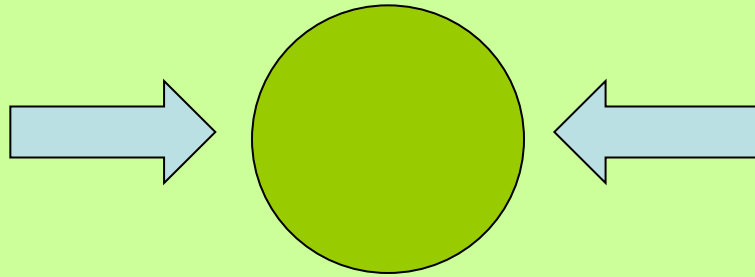
**Qual e' la natura delle particelle
oscure ?**

produzione di una nuova particella in laboratorio



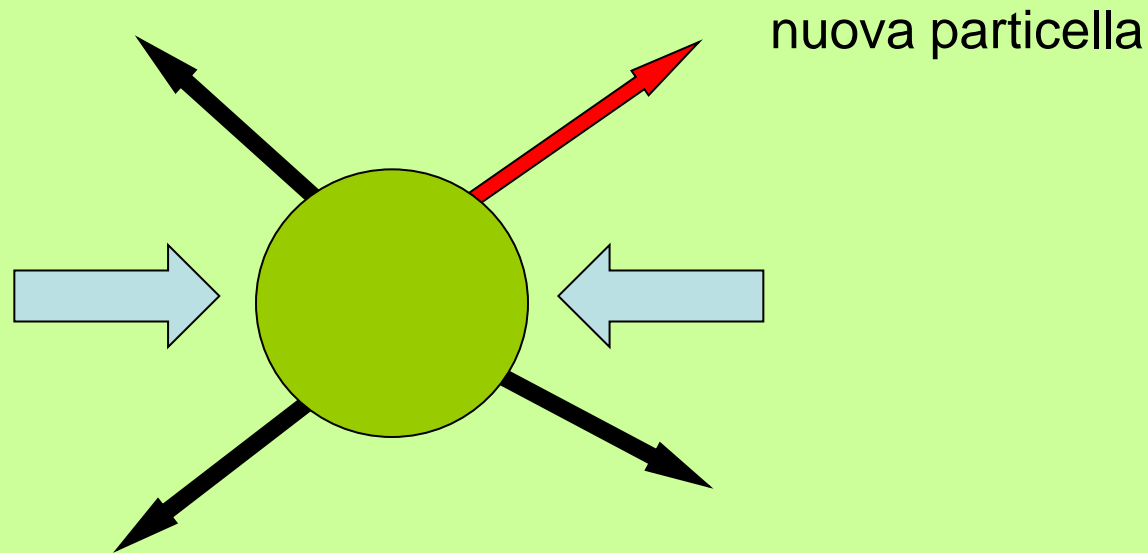
due particelle note vengono fatte collidere

produzione di una nuova particella in laboratorio



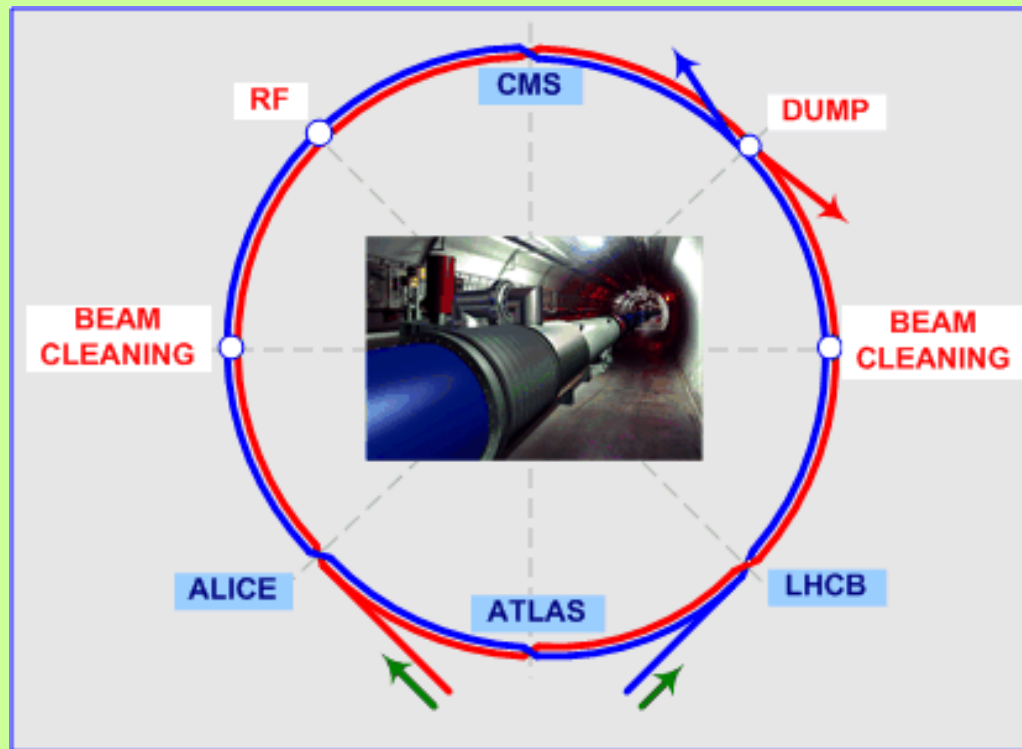
due particelle note vengono fatte collidere

produzione di una nuova particella in laboratorio



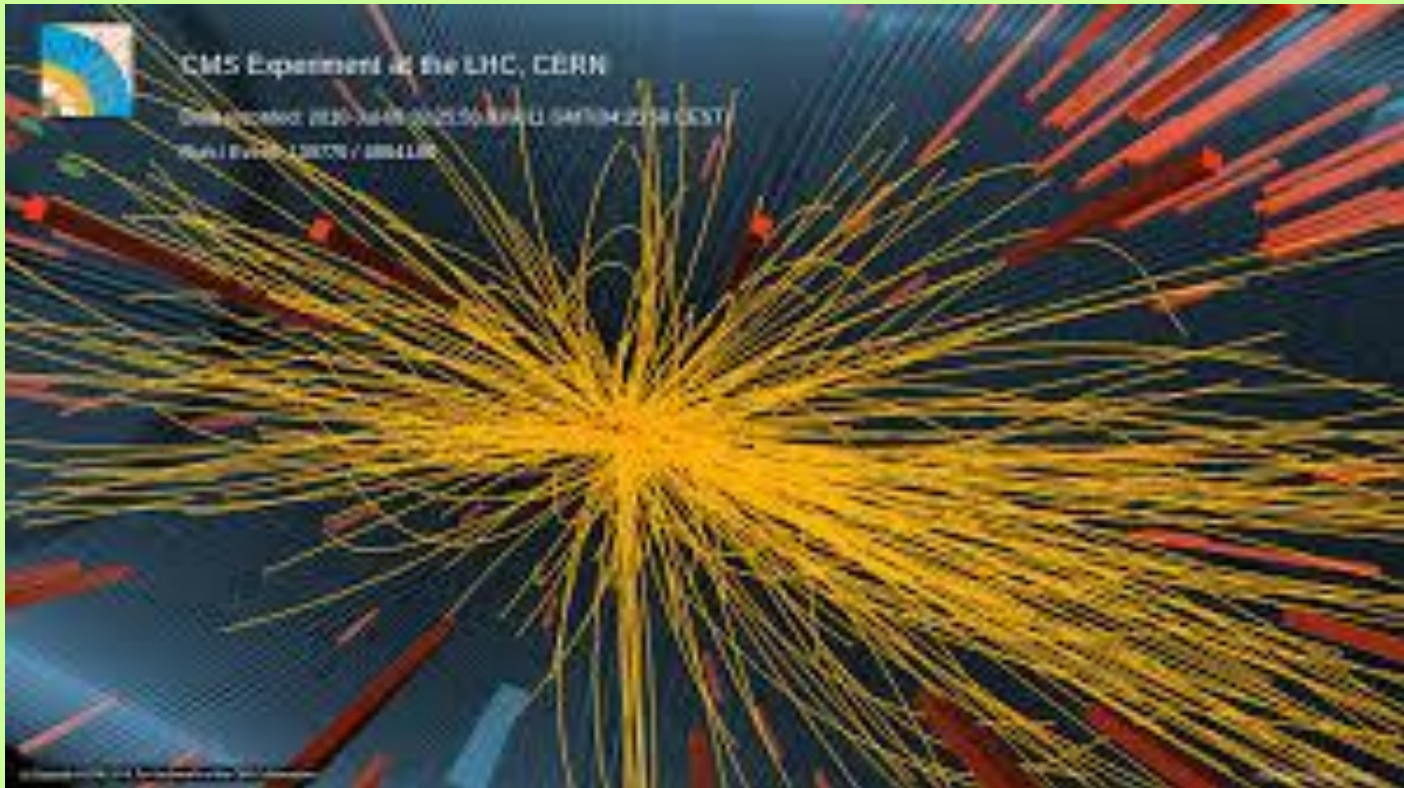
due particelle note vengono fatte collidere

Large Hadron Collider (CERN)



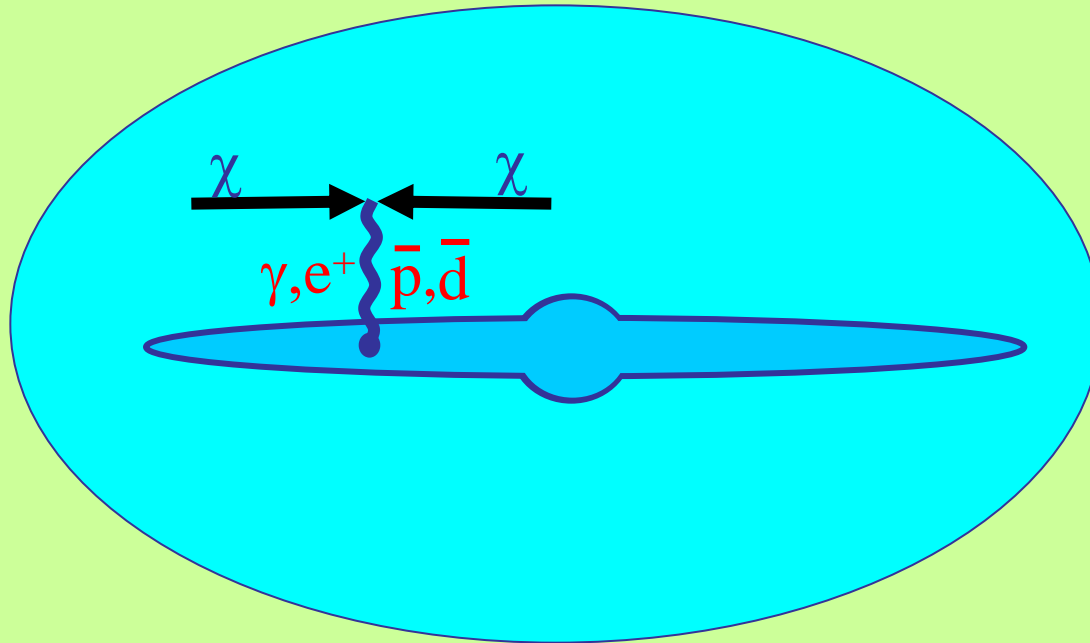
- ★ circonferenza di 27 km - tunnel sotterraneo a 50 - 175 metri di profondità'
- ★ 2 fasci di protoni circolanti in verso opposto per provocare collisioni
- ★ ogni protone ha un'energia 7.000 volte piu' grande della propria energia di riposo

una caccia al tesoro...



Misure indirette di WIMP

Un esempio – questo tema verrà trattato da [Fiorenza Donato](#)



Produzione di particelle rare nei raggi cosmici

Approfondimento 1

Il modello comunemente utilizzato per descrivere il nostro Universo (modello standard cosmologico) è quello di un **cosmo in espansione** descritto dalle **equazioni di relatività generale di Einstein** e assoggettato al **principio cosmologico** di isotropia e omogeneità a grandi scale.

- **equazione di Einstein**

$$\boxed{R_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = -8\pi G S_{\mu\nu}} \quad \text{dove} \quad S_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} T^\lambda{}_\lambda$$

↑ costante cosmologica

↑ tensore di Ricci

↑ tensore di Einstein

↑ tensore energia-momento

- **principio cosmologico di isotropia e omogeneità**

metrica di Lemaitre-Friedmann-Robertson-Walker:

$$\boxed{d\tau^2 = dt^2 - R^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right)}$$

$R = R(t)$ parametro di scala cosmico $[R] = [l]$
 $k = +1, 0, -1$ parametro di curvatura

realizzazione di fluido perfetto per il tensore energia-momento:

$$\boxed{T_{00} = \rho(t), T_{0i} = T_{i0} = 0, T_{ij} = \delta_{ij} p(t)}$$

$\rho = \rho(t)$ densità
 $p = p(t)$ pressione

Approfondimento 1 (continua)

L'inserimento del termine di costante cosmologica $\Lambda g_{\mu\nu}$ nel primo membro dell'equazione di Einstein (A) **equivale ad aggiungere al tensore energia-impulso un contributo**

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \equiv \rho_{\Lambda} g_{\mu\nu}$$

combinando questa espressione con

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = (\rho_{\Lambda} + p_{\Lambda}) u_{\mu} u_{\nu} - p g_{\mu\nu}$$

si ottiene $\rho_{\Lambda} = -p_{\Lambda}$ ossia $w_{\Lambda} = -1$

Quindi, complessivamente, all'evoluzione cosmica contribuiscono 3 componenti: radiazione con $w=1/3$, materia con $w=0$, energia del vuoto con $w=-1$.

Dall'equazione (D) si ottiene

$$\rho_m \propto \frac{1}{R^3}$$

materia

$$\rho_{\text{rad}} \propto \frac{1}{R^4}$$

radiazione

$$\rho_{\Lambda} \propto \text{costante}$$

energia del vuoto

Approfondimento 2

$$\text{Proof of } S = \frac{p+p}{T} V$$

$$dS = \frac{1}{T} d(pV) + \frac{p}{T} dV \quad (A)$$

Consider $S = S(V, T)$ with $p = p(T)$ and $p = p(T)$

$$\begin{aligned} dS &= \frac{1}{T} V dp + \frac{1}{T} p dV + \frac{p}{T} dV \\ &= \frac{V}{T} \frac{dp}{dT} dT + \frac{p+p}{T} dV \end{aligned}$$

We require that dS is an exact differential

$$dS = \frac{\partial S}{\partial T} dT + \frac{\partial S}{\partial V} dV$$

then
$$\frac{\partial S}{\partial T} = \frac{V}{T} \frac{dp}{dT}, \quad \frac{\partial S}{\partial V} = \frac{p+p}{T}$$

From
$$\frac{\partial^2 S}{\partial T \partial V} = \frac{\partial^2 S}{\partial V \partial T}$$

$$-\frac{1}{T^2} (p+p) + \frac{1}{T} \frac{dp}{dT} + \frac{1}{T} \frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \frac{dp}{dT}$$

thus
$$dp = \frac{p+p}{T} dT \quad (B)$$

From (A), written as

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{V}{T} dp$$

and (B) one gets

$$dS = \frac{1}{T} d[(p+p)V] - \frac{p+p}{T^2} V dT = d\left[\frac{(p+p)V}{T} + \text{const}\right]$$

Thus, up to an additional constant,

$$S = \frac{p+p}{T} V$$

Alcuni testi su cui approfondire i principali argomenti trattati:

Carlo Giunti and Chung W. Kim: Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics, Oxford University Press (2007); il cap.16 descrive in modo succinto il modello cosmologico standard e la termodinamica dell'Universo primordiale

Edward W. Kolb and Michael S. Turner: The Early Universe, Addison-Wesley Publishing Company (1990), cap. 1-5

Steven Weinberg: Cosmology, Oxford University Press (2008); cap. 1-3